

Problema 1.3

Trovare le basi per le quali valgono le seguenti uguaglianze:

$$\textcircled{a} \quad 21_b + 131_b = 24_b + 120_b + 4_b$$

$$(2 \cdot b + 1) + (1 \cdot b^2 + 3 \cdot b + 1) = (2 \cdot b + 4) + (4b^2 + 2b + 0) + 4$$

$$5b + 2 = 4b + 8$$

$b = 6$

verifica

$$\begin{array}{r} 21_b + \\ 131_b \\ \hline 152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24_b + \\ 120_b + \\ 4_b \\ \hline 152 \end{array}$$

$$\textcircled{b} \quad (23_b)^2 - 240_b = (14_b)^2 + 60_b$$

$$(2b+3)^2 - (2b^2+4b) = (b+4)^2 + 6b$$

$$4b^2+9+12b-2b^2-4b = b^2+16+8b+6b$$

$$b^2-6b-7=0 \quad b = 3 \pm \sqrt{9+7} = 3 \pm 4 = \begin{cases} 7 \\ -1 \text{ no} \end{cases}$$

$b = 7$

verifica

in decimale

$$17^2 - 126 = 163$$

$$11^2 + 42 = 163 \quad \text{c.v.d.}$$

in base 7

$$(23_7)^2 = 562_7 \quad (14_7)^2 = 232_7$$

$$\begin{array}{r} 562_7 - \\ 240_7 \\ \hline 322_7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 232_7 + \\ 60_7 \\ \hline 322_7 \end{array} \quad \text{c.v.d.}$$

c

(segue Problema 1.9)

c)

$$\begin{array}{c} 40_b + 251_b + 12_b = 131_b + 31_b + 141_b \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \downarrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ (40b) + (2b^2 + 5b + 1) + (b + 2) = (b^2 + 3b + 1) + (3b + 1) + (b^2 + 4b + 1) \end{array}$$

semplificando si ha:

$$10b + 3 = 10b + 3$$

soddisfatta per qualunque valore di b . La rappresentazione numerica scelta deve comunque utilizzare almeno sei simboli ($0 \dots 5$) dato che queste cifre compaiono nella relazione data. Non è possibile, ad esempio, la base due per la quale sono lecite solo le cifre 0 e 1.

Si verifica la correttezza di questo risultato assegnando a b i valori 6 (non usuale), 8, 10 e 16 e dimostrando la consistenza della suddetta relazione.

- base 6

$$40_6 + 251_6 + 12_6 = 343_6 \quad 131_6 + 31_6 + 141_6 = 343_6$$

- base 8

$$40_8 + 251_8 + 12_8 = 323_8 \quad 131_8 + 31_8 + 141_8 = 323_8$$

- base 10

$$40_{10} + 251_{10} + 12_{10} = 303_{10} \quad 131_{10} + 31_{10} + 141_{10} = 303_{10}$$

- base 16

$$40_{16} + 251_{16} + 12_{16} = 2A3_{16} \quad 131_{16} + 31_{16} + 141_{16} = 2A3_{16}$$

Ovviamente i risultati ottenuti per le diverse basi rappresentano valori numeri diversi. Trasformando tutti i risultati in base dieci si ottiene:

$$343_6 = 135_{10}$$

$$323_8 = 211_{10}$$

$$303_{10} = 303_{10}$$

$$2A3_{16} = 525_{10}$$