

Problema 1.6

Convertire i seguenti numeri decimali nei loro equivalenti binari:

a) 42 b) 95 c) 0.675 d) 0.6875 e) 39.725

Soluzione

a) $N = 42_{10}$

$$\begin{array}{llll} S_0 = 42 = & a_0 + 2 \cdot S_1 = & 0 + 2 \cdot 21 \\ S_1 = 21 = & a_1 + 2 \cdot S_2 = & 1 + 2 \cdot 10 \\ S_2 = 10 = & a_2 + 2 \cdot S_3 = & 0 + 2 \cdot 5 \\ S_3 = 5 = & a_3 + 2 \cdot S_4 = & 1 + 2 \cdot 2 \\ S_4 = 2 = & a_4 + 2 \cdot S_5 = & 0 + 2 \cdot 1 \\ S_5 = 1 = & a_5 + 2 \cdot S_6 = & 1 + 2 \cdot 0 \end{array}$$

Si ottiene $N = 42_{10} = 101010_2$.

b) $N = 95_{10}$

$$\begin{array}{llll} S_0 = 95 = & a_0 + 2 \cdot S_1 = & 1 + 2 \cdot 47 \\ S_1 = 47 = & a_1 + 2 \cdot S_2 = & 1 + 2 \cdot 23 \\ S_2 = 23 = & a_2 + 2 \cdot S_3 = & 1 + 2 \cdot 11 \\ S_3 = 11 = & a_3 + 2 \cdot S_4 = & 1 + 2 \cdot 5 \\ S_4 = 5 = & a_4 + 2 \cdot S_5 = & 1 + 2 \cdot 2 \\ S_5 = 2 = & a_5 + 2 \cdot S_6 = & 0 + 2 \cdot 1 \\ S_6 = 1 = & a_6 + 2 \cdot S_7 = & 1 + 2 \cdot 0 \end{array}$$

Si ottiene $N = 95_{10} = 1011111_2$.

c) $N = 0.675_{10}$

$$\begin{array}{llll} F_0 = 0.675 & & & \\ 2 \cdot F_0 = 2 \cdot 0.675 = & a_{-1} + F_{-1} = & 1 + 0.35 \\ 2 \cdot F_{-1} = 2 \cdot 0.35 = & a_{-2} + F_{-2} = & 0 + 0.7 \\ 2 \cdot F_{-2} = 2 \cdot 0.7 = & a_{-3} + F_{-3} = & 1 + 0.4 \\ 2 \cdot F_{-3} = 2 \cdot 0.4 = & a_{-4} + F_{-4} = & 0 + 0.8 \\ 2 \cdot F_{-4} = 2 \cdot 0.8 = & a_{-5} + F_{-5} = & 1 + 0.6 \\ 2 \cdot F_{-5} = 2 \cdot 0.6 = & a_{-6} + F_{-6} = & 1 + 0.2 \\ 2 \cdot F_{-6} = 2 \cdot 0.2 = & a_{-7} + F_{-7} = & 0 + 0.4 \\ 2 \cdot F_{-7} = 2 \cdot 0.4 = & a_{-8} + F_{-8} = & 0 + 0.8 \\ 2 \cdot F_{-8} = 2 \cdot 0.8 = & a_{-9} + F_{-9} = & 1 + 0.6 \\ 2 \cdot F_{-9} = 2 \cdot 0.6 = & a_{-10} + F_{-10} = & 1 + 0.2 \\ 2 \cdot F_{-10} = 2 \cdot 0.2 = & a_{-11} + F_{-11} = & 0 + 0.4 \\ 2 \cdot F_{-11} = 2 \cdot 0.4 = & a_{-12} + F_{-12} = & 0 + 0.8 \\ 2 \cdot F_{-12} = 2 \cdot 0.8 = & a_{-13} + F_{-13} = & 1 + 0.6 \end{array}$$

Si ottiene $N = 0.675_{10} = \underline{0.1010110}_2$. (la parte sottolineata è periodica)

Per mantenere la stessa precisione della frazione decimale quella binaria dovrebbe avere $3 \cdot 3,32 \cong 10$ cifre. In realtà l'iterazione può essere terminata alla determinazione di a_7 , in quanto le quattro cifre da a_4 ad a_7 costituiscono la parte periodica della rappresentazione binaria

d) $N = 0.6875_{10}$

$$\begin{aligned} F_0 &= 0.6875 \\ 2 \cdot F_0 &= 2 \cdot 0.6875 = a_{-1} + F_{-1} = 1 + 0.375 \\ 2 \cdot F_{-1} &= 2 \cdot 0.375 = a_{-2} + F_{-2} = 0 + 0.75 \\ 2 \cdot F_{-2} &= 2 \cdot 0.75 = a_{-3} + F_{-3} = 1 + 0.5 \\ 2 \cdot F_{-3} &= 2 \cdot 0.4 = a_{-4} + F_{-4} = 1 + 0 \end{aligned}$$

Si ottiene $N = 0.6875_{10} = 0.1011_2$.

Per mantenere la stessa precisione della frazione decimale quella binaria dovrebbe avere $4 \cdot 3,32 \cong 13$ cifre. In realtà l'iterazione termina alla determinazione di a_4 , in quanto le quattro cifre successive sono nulle (0 è la parte periodica).

e) $N = 39,725_{10}$

Parte intera $N = 39_{10}$

$$\begin{aligned} S_0 &= 39 = a_0 + 2 \cdot S_1 = 1 + 2 \cdot 19 \\ S_1 &= 19 = a_1 + 2 \cdot S_2 = 1 + 2 \cdot 9 \\ S_2 &= 9 = a_2 + 2 \cdot S_3 = 1 + 2 \cdot 4 \\ S_3 &= 4 = a_3 + 2 \cdot S_4 = 0 + 2 \cdot 2 \\ S_4 &= 2 = a_4 + 2 \cdot S_5 = 0 + 2 \cdot 1 \\ S_5 &= 1 = a_5 + 2 \cdot S_6 = 1 + 2 \cdot 0 \end{aligned}$$

Si ottiene $N = 39_{10} = 100111_2$.

Parte frazionaria $N = 0,725_{10}$:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0.725 \\ 2 \cdot F_0 &= 2 \cdot 0.725 = a_{-1} + F_{-1} = 1 + 0.45 \\ 2 \cdot F_{-1} &= 2 \cdot 0.45 = a_{-2} + F_{-2} = 0 + 0.9 \\ 2 \cdot F_{-2} &= 2 \cdot 0.9 = a_{-3} + F_{-3} = 1 + 0.8 \\ 2 \cdot F_{-3} &= 2 \cdot 0.8 = a_{-4} + F_{-4} = 1 + 0.6 \\ 2 \cdot F_{-4} &= 2 \cdot 0.6 = a_{-5} + F_{-5} = 1 + 0.2 \\ 2 \cdot F_{-5} &= 2 \cdot 0.2 = a_{-6} + F_{-6} = 0 + 0.4 \\ 2 \cdot F_{-6} &= 2 \cdot 0.4 = a_{-7} + F_{-7} = 0 + 0.8 \\ 2 \cdot F_{-7} &= 2 \cdot 0.8 = a_{-8} + F_{-8} = 1 + 0.6 \\ 2 \cdot F_{-8} &= 2 \cdot 0.6 = a_{-9} + F_{-9} = 1 + 0.2 \\ 2 \cdot F_{-9} &= 2 \cdot 0.2 = a_{-10} + F_{-10} = 0 + 0.4 \\ 2 \cdot F_{-10} &= 2 \cdot 0.4 = a_{-11} + F_{-11} = 0 + 0.8 \end{aligned}$$

Si ottiene $N = 0.725_{10} = 0.1011100_2$. (la parte sottolineata è periodica)

Anche in questo caso, nonostante fosse necessario a determinare $3 \cdot 3,32 \cong 10$ cifre, la periodicità del numero consente di terminare l'iterazione alla cifra **a**.₇.