

Problema 3.5

Nell'algebra dei numeri (qui il simbolo $+$ ha il significato aritmetico, cioè $+$)

$$a+b = a+c \text{ implica } b=c \text{ (regola di cancellazione)}$$

Dimostrare, con un controesempio, che nell'algebra di commutazione l'affermazione

$$a+b = a+c \text{ implica } b=c$$

è falsa (qui il simbolo $+$ ha significato logico, cioè OR).

Soluzione

Nel caso " a ", " b " e " c ", rappresentino una variabile binaria, posto $a=1$, vale la proprietà $1+b=1$ e $1+c=1$ indipendentemente dai valori di " b " e di " c ".
Fatto $b=0$ e $c=1$, per cui $b \neq c$, si

ha:

$$a = 1 +$$

$$b = \frac{0}{1}$$

$$a = 1 +$$

$$c = \frac{1}{1}$$

Quindi $a+b = a+c$ con $b \neq c$.
Estendendo l'operazione OR bit a bit, nell'ipotesi che " a " " b " e " c " siano variabile a n bit, si ha, per $n=4$:

$$a = 1011 +$$

$$b = \frac{0000}{1011}$$

$$r = 1011$$

• dove " 0 " indica che il valore del bit di " b ", in corrispondenza degli " 1 " di " a ", può essere indifferentemente " 1 " o " 0 " il risultato non cambia.

Vi sono quindi 8 valori diversi di b che soddisfanno la precedente operazione e forniscono $r=a=1011$.