

Circuiti e Sistemi Logici - Compitino — 24-05-2005

Problema 1. (1 punto)

(a) Intestare il foglio protocollo utilizzato come primo foglio e contenitore delle soluzioni con dati e tabella voti secondo il seguente formato:

Matricola		COGNOME e Nome	
Docente		Sede	

Problema	1	2	3	4	5
Voto					

(b) Scrivere Cognome, Nome e Matricola su tutti i fogli consegnati.

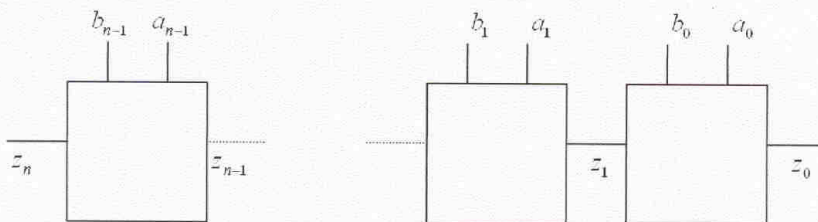
Problema 2. (11 punti)

Si valuti $h = (m_5 \times m_3 + 1) \bmod 2$ e si scriva il risultato.

Si vuole progettare un circuito che accetti in ingresso due numeri binari $A = a_{n-1} \dots a_1 a_0$ e $B = b_{n-1} \dots b_1 b_0$ e produca una uscita z_n che si comporti come specificato al seguente punto h:

- $h=0$: $z_n = 1$ se e solo se A e B sono identici ($a_i = b_i$, per $i=0,1,\dots,n-1$);
- $h=1$: $z_n = 1$ se e solo se differiscono in ogni bit ($a_i \neq b_i$, per $i=0,1,\dots,n-1$);

Il circuito va realizzato mediante da una cascata di celle elementari identiche; per $i=0,1,\dots,n-1$, la cella i riceve in ingresso a_i , b_i e z_i e produce in uscita z_{i+1} , come illustrato in figura.



Si progetti tale cella attenendosi ai seguenti passi:

(a) Si riempia la tabella di verità della funzione

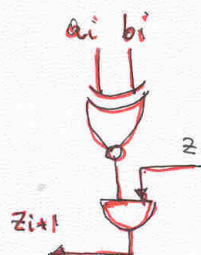
a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	..
..	..	..	..

(b) Si specifichi il valore di z_0 .

(c) Si disegni una rete combinatoria corrispondente alla funzione del punto (a).

$h=0$

a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



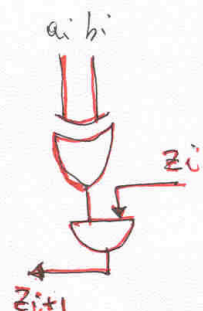
$$z_{i+1} = \bar{a}_i \bar{b}_i z_i + a_i b_i z_i$$

$$\downarrow$$

$$(\bar{a}_i \bar{b}_i + a_i b_i) \cdot z_i = (a_i \oplus b_i) \cdot z_i$$

$h=1$

a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0



$$z_{i+1} = \bar{a}_i b_i z_i + a_i \bar{b}_i z_i$$

$$\downarrow$$

$$(\bar{a}_i b_i + a_i \bar{b}_i) \cdot z_i = (a_i \oplus b_i) \cdot z_i$$

Problema 3. (5 punti)

Si valuti $h = (m_3 \times m_3 + 1) \bmod 2$ e si scriva il risultato.

Trovare le basi intere positive b per le quali valga l'eguaglianza specificata al seguente punto h :

$$h=0: 210_b + 200_b = 1010_b$$

$$2b^2 + b + 2b^2 = b^3 + b$$

$$4b + 1 = b^2 + 1$$

$$b=4$$

$$h=1: 210_b + 200_b = 1110_b$$

$$2b^2 + b + 2b^2 = b^3 + b^2 + b$$

$$4b + 1 = b^2 + b + 1$$

$$b=3$$

Problema 4. (11 punti)

Si valuti $K = (m_4 + m_2 + m_1) \bmod 3$ e si scriva il risultato in ottale, con sette cifre. Tale numero sia presente nella cella di memoria del SEC di indirizzo 5004_8 .

(a) Descrivere il funzionamento del seguente programma SEC (ciascuna riga contiene l'indirizzo dell'istruzione, il codice operativo (mnemonico), 0, operando, con quattro cifre ottali), individuandone i segmenti significativi.

(b) Specificare il contenuto delle celle di memoria 1000_8 e 2000_8 al termine dell'esecuzione del programma.

0000 ENT,0,0000

0001 STA,0,1000

0002 STA,0,2000

0003 ENT,0,0005

0004 STA,0,3000

0005 LDA,0,3000

0006 SUB,0,2000

0007 JPA,0,0100

0010 HLT,0,0000

0100 LDA,0,5000

0101 AND,0,4000

0102 JPA,0,0200

0103 JMP,0,0300

0200 ENT,0,0001

0201 ADD,0,1000

0202 STA,0,1000

0203 JMP,0,0300

0300 ENT,0,0001

0301 ADD,0,2000

0302 STA,0,2000

0303 ENT,0,0001

0304 ADD,0,0100

0305 STA,0,0100

0306 JMP,0,0005

4000 000001

5000 0000101

5001 0010000

5002 0036471

5003 0010000

5004 kkkkkkk

$M[1000] = M[2000] = 0$
AZZERA CONTATORI

$M[3000] = 5$ - ELEMENTI TABELLA

$\{M[3000] > M[2000]\}$?
TEST SE ANCORA ELEMENTI

FINE

LEGGI $5000+i$ per $i=0$
 $M[5000+i]$ dispari? (LSB = 1?)

$\{M[1000] = M[1000] + 1\}$
CONTA NUMERI DISPARI

$\{M[2000] = M[2000] + 1\}$
CONTA ELEMENTI TABELLA

$i = i + 1$ (per operando $(5000+i)$ con $i=0,1,2,3,4$)

Resto $M[1000] \rightarrow mDispari$
 $M[2000] \rightarrow Count$
 $M[3000] \rightarrow TabLen$
 $M[5000] \rightarrow Gab$

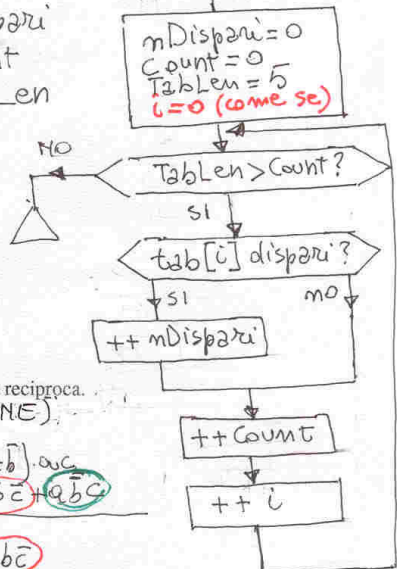
RISULTATI

$M[2000] = 0000005_8$

K pari $M[1000] = 0000002_8$

K dispari $M[1000] = 0000003_8$

DETERMINA IL NUMERO DEI VALORI DISPARI, MEMORIZZATI NELLA TABELLA DI INDIRIZZI $5000 \div 5004$, PONENDO IL RISULTATO IN $M[1000]$



Problema 5. (6 punti)

Per ciascuno dei seguenti enunciati, si dimostri che e' vero o si dimostri che e' falso.

- (a) L'operatore XOR gode della proprietà commutativa;
- (b) L'operatore XOR gode della proprietà associativa;
- (c) L'operatore XOR e l'operatore AND godono della proprietà di distributività reciproca.

(SEGUE SOLUZIONE)

c)

I

$$a \cdot (b \oplus c) = (a \cdot b) \oplus (a \cdot c) = a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c = a \cdot b \cdot (\bar{a} + \bar{b}) + (a \cdot \bar{b}) \cdot a \cdot c$$

$$= a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c // a \cdot (b \oplus c) = a \cdot (b \oplus \bar{b} \cdot c) = a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c$$

$$(a \cdot b) \oplus c = (a \oplus c) \cdot (b \oplus c) = (a \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot c) \cdot (b \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot c) = a \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c$$

$$(a \cdot b) \oplus c = a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c = (a \cdot b) \cdot \bar{c} + a \cdot (b \oplus \bar{b}) \cdot c = a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c$$

II

$$a \cdot (b \oplus c) = a \cdot b \oplus a \cdot c \quad (a \cdot b) \oplus (a \cdot c) = (a \cdot b) \oplus (a \cdot c)$$

Problema 5 Compito 25/5/2005

a) $a \oplus b = b \oplus a$

infatti $\underline{a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b}$
 $\underline{b \oplus a = b\bar{a} + \bar{b}a = a\bar{b} + \bar{a}b}$ (commutatività "+" e ".")

b) $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$

infatti $\underline{(a \oplus b) \oplus c = (a\bar{b} + \bar{a}b) \oplus c = \overline{a\bar{b} + \bar{a}b} \cdot c + (a\bar{b} + \bar{a}b) \cdot \bar{c} =}$
 $= \overline{a\bar{b}} \cdot \bar{\bar{a}b} \cdot c + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} = (\bar{a} + b)(\bar{a} + \bar{b}) \cdot c + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} =$
 $= \underline{\bar{a}\bar{b}c + abc + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c}}$

e $\underline{a \oplus (b \oplus c) = a \oplus (b\bar{c} + \bar{b}c) = \bar{a} \cdot (b\bar{c} + \bar{b}c) + a \cdot \overline{b\bar{c} + \bar{b}c} =}$
 $= \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a \cdot \overline{b\bar{c}} \cdot \bar{\bar{b}c} = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a(\bar{b} + c)(\bar{b} + \bar{c}) =$
 $= \underline{\bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + abc}$

c) $a \cdot (b \oplus c) \stackrel{?}{=} ab \oplus ac$ (distributività AND TO XOR)

si ha: $\underline{a \cdot (b \oplus c) = a \cdot (b\bar{c} + \bar{b}c) = ab\bar{c} + a\bar{b}c}$

e $\underline{ab \oplus ac = ab \cdot \bar{ac} + \bar{ab} \cdot ac = ab(\bar{a} + \bar{c}) + (\bar{a} + \bar{b})ac =}$
 $= \underline{ab\bar{c} + a\bar{b}c}$ O.K.

$a \oplus (b \cdot c) \stackrel{?}{=} (a \oplus b) \cdot (a \oplus c)$ (distributività XOR TO AND)

si ha: $\underline{a \oplus (b \cdot c) = a \cdot \bar{bc} + \bar{a} \cdot bc = a \cdot (\bar{b} + \bar{c}) + \bar{a}bc =}$
 $= a\bar{b} + a\bar{c} + \bar{a}bc = a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc =$
 $= \underline{a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + ab\bar{c} + \bar{a}bc} = \Sigma^m(5, 4, 6, 3)$

e $\underline{(a \oplus b)(a \oplus c) = (a\bar{b} + \bar{a}b)(a\bar{c} + \bar{a}c) = a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc = \Sigma^m(4, 3)}$

$a \oplus (bc) \neq (a \oplus b)(a \oplus c)$

VALGONO PROPRIETÀ COMMUTATIVA E ASSOCIATIVA
 NON VALE LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA RECIPROCA -