

1/6

Circuiti e Sistemi Logici - Primo Compitino — 25-05-2004

Nel foglio a protocollo utilizzato come primo foglio e contenitore delle soluzioni, riportare le informazioni e la tabella seguenti:

Matricola Cognome e Nome
 Docente Sede

Problema	Voto
1	
2	
3	
4	

Scrivere Cognome, Nome e Matricola su tutti i fogli consegnati.

Le 6 cifre della matricola: $m_6 m_5 m_4 m_3 m_2 m_1$ saranno utilizzate nel testo dei problemi.

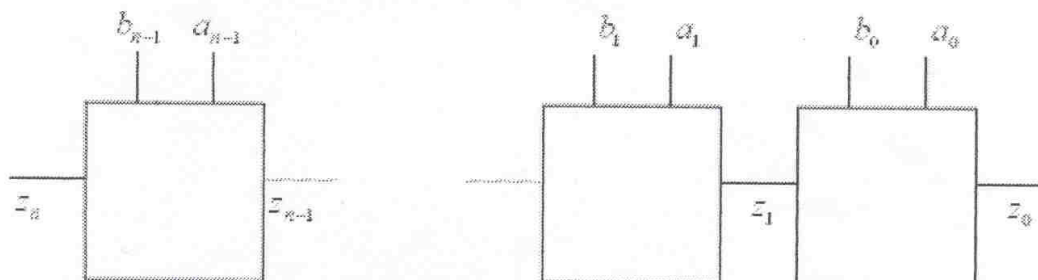
Problema 1. (9 punti)

Si valuti $h = (m_5 \times m_3 + 1) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Si vuole progettare un circuito che accetti in ingresso due numeri binari $A = a_{n-1} \dots a_1 a_0$ e $B = b_{n-1} \dots b_1 b_0$ e produca una uscita z_n che si comporti come specificato al seguente punto h :

- $h=0$: $z_n=1$ se e solo se A e B differiscono in un numero pari di posizioni;
- $h=1$: $z_n=1$ se e solo se $a_i=0$ ovunque $b_i=1$;
- $h=2$: $z_n=1$ se e solo se A e B differiscono in un numero dispari di posizioni;
- $h=3$: $z_n=1$ se e solo se $b_i=1$ ovunque $a_i=0$.

Il circuito va realizzato mediante da una cascata di celle elementari identiche; per $i=0,1,\dots,n-1$, la cella i riceve in ingresso a_i , b_i e z_i e produce in uscita z_{i+1} , come illustrato in figura.



Si progetti tale cella attenendosi ai seguenti passi:

(a) Si riempia la tabella di verità della funzione

a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	
..	..	..	..

(b) Si specifichi il valore di z_0 .

(c) Si progetti la rete combinatoria corrispondente alla funzione del punto (a).

Problema 2. (6 punti)

Si valuti $i = (m_5 + m_3) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Senza far uso dell'induzione perfetta, dimostrare che la relazione nella posizione $i \bmod 4$ nella lista seguente è una identità.

$$i=0: \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + \bar{a}c = a + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

$$i=1: w(\bar{w} + \bar{x} + y) = (w+y)(\bar{x}+y)(\bar{w}+y)$$

$$i=2: (\bar{a}+c)(\bar{b}+c)(\bar{a}+c) = a(a+\bar{b}+c)$$

$$i=3: \bar{x} + \bar{x}y\bar{z} = \bar{x}\bar{z} + y\bar{z} + \bar{x}\bar{z}$$

Problema 3. (9 punti)

Si valuti $K = (m_4 + m_2 + m_1) \bmod 3 + 2$ e si scriva il risultato in ottale, con quattro cifre.

(a) Descrivere il funzionamento del seguente programma SEC, individuandone i segmenti significativi.

(b) Indicare l'evoluzione del contenuto della cella di memoria 3000 durante l'esecuzione.

Ciascuna riga del programma contiene nell'ordine: locazione in memoria dell'istruzione, codice operativo (mnemonico), 0, operando (con 4 cifre ottali). Il valore del parametro K nella prima istruzione è quello calcolato sopra.

0000 ENT,0,K

0001 STA,0,2000

0002 STA,0,3000

0003 ENT,0,0000

0004 STA,0,1000

0005 LDA,0,2000

0006 SUB,0,1000

0007 JPA,0,0100

0010 ENT,0,0000

0011 STA,0,1000

0012 LDA,0,2000

0013 STA,0,3000

0014 JMP,0,0005

0100 LDA,0,3000

0101 ADD,0,3000

0102 STA,0,3000

0103 ENT,0,0001

0104 ADD,0,1000

0105 STA,0,1000

0106 JMP,0,0005

Problema 4. (9 punti) Si valuti $j = (m_5 + m_4 + m_3 - 2) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Si consideri la funzione g_j di commutazione definita nella seguente lista:

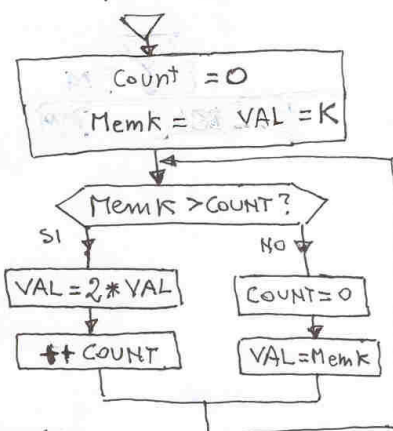
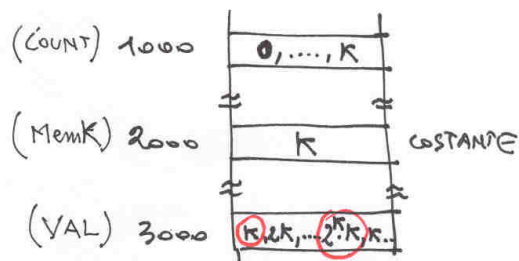
- $g_0(x_1, x_2, x_3, x_4)$ vale 1 se e solo se $(x_1 = x_2)$ o $(x_1 = x_3)$,
- $g_1(x_1, x_2, x_3, x_4)$ vale 1 se e solo se $(x_2 = x_3)$ o $(x_2 = x_4)$,
- $g_2(x_1, x_2, x_3, x_4)$ vale 1 se e solo se $(x_3 = x_4)$ o $(x_3 = x_1)$,
- $g_3(x_1, x_2, x_3, x_4)$ vale 1 se e solo se $(x_4 = x_1)$ o $(x_4 = x_2)$.

(a) Disegnare la tabella di verità per g_j , disponendo le variabili nell'ordine x_4, x_3, x_2, x_1 , da sinistra verso destra.

(b) Disegnare la mappa di Karnaugh per g_j , seguendo le convenzioni adottate nel libro e a lezione: $x_2 x_1$ indici di riga e $x_4 x_3$ indici di colonna.

(c) Scrivere la forma canonica POS per g_j esplicitamente in termini di x_1, x_2, x_3, x_4 .

(d) Scrivere una forma SOP minima per g_j .

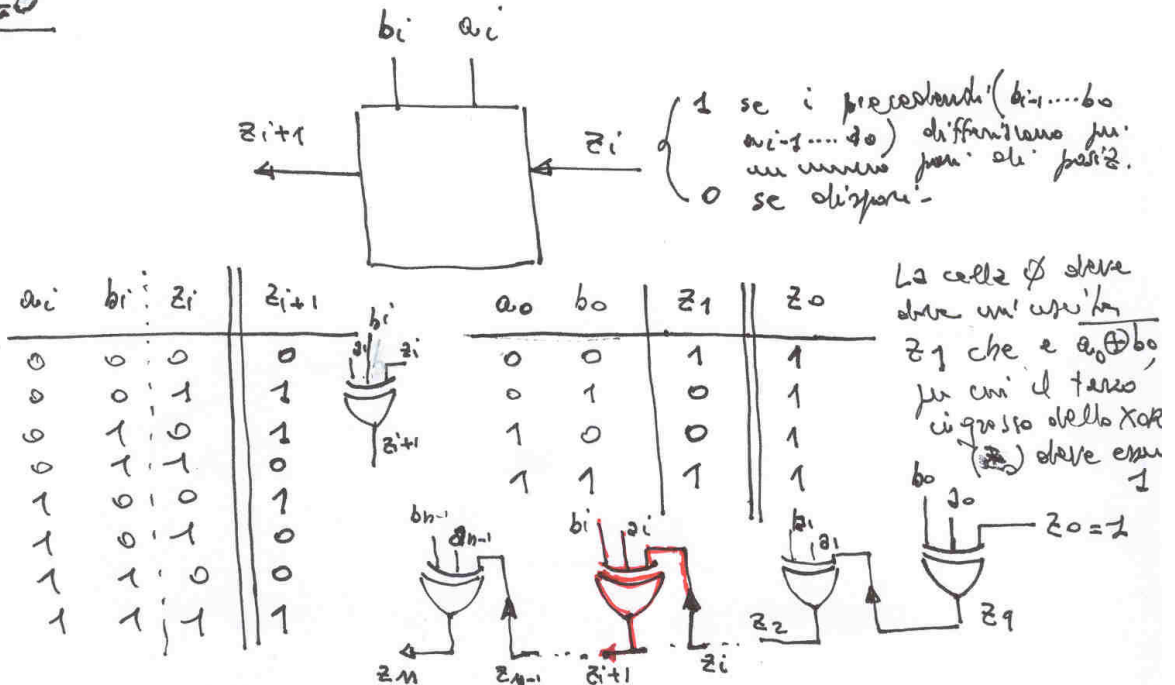


Compito 25/5/04

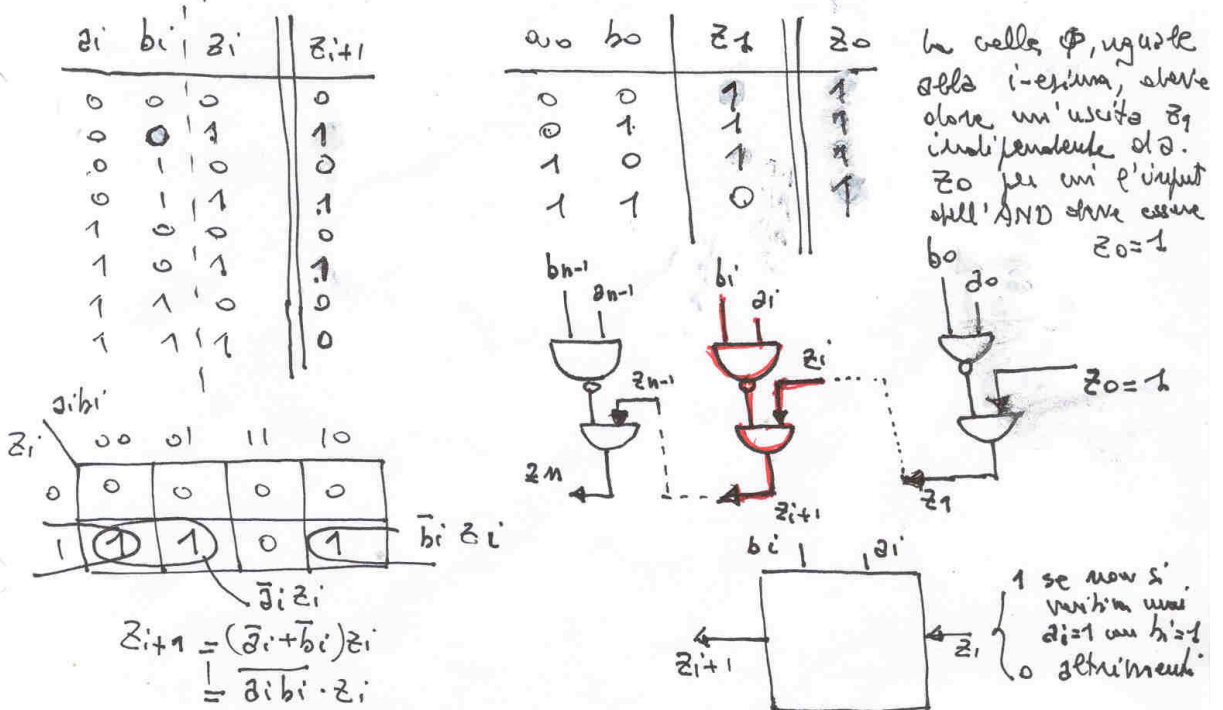
3/6

Problema 1

$h=0$



$h=1$ - Ogni cella comincia alla successiva, con $z=1$, che la condizione imposta non è mai stata violata dalle celle precedenti.



$h=2$

4/6

a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

a_0	b_0	z_1	z_0
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

$z_0 = 0$



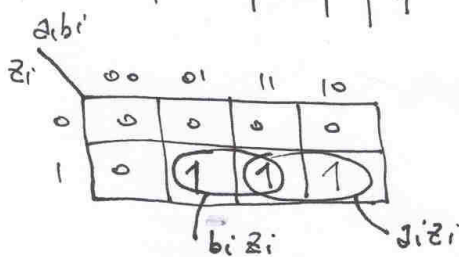
idem $h=1$

La cella ϕ deve dare un'uscita z_i che è $a_i \oplus b_i$. Per ottenere questo risultato il terzo ingresso dello XOR (z) deve essere posto a zero.

$h=3$

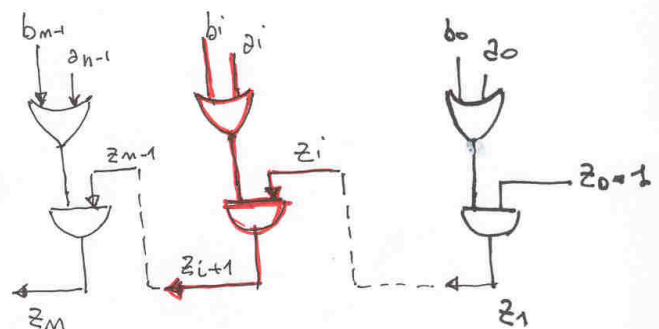
a_i	b_i	z_i	z_{i+1}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

a_0	b_0	z_1	z_0
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1



$$z_{i+1} = a_i z_i + b_i z_i$$

$$= (a_i + b_i) z_i$$



Problema 2

5/6

$$\boxed{i=0}$$

$$\begin{aligned} 2^{\circ m} \quad a + \bar{a}b\bar{c} &= (a + \bar{a})(a + b)(a + \bar{c}) = \\ &= a + a\bar{c} + ba + b\bar{c} = a(1 + \bar{c} + b) + b\bar{c} = a + b\bar{c} \end{aligned}$$

1^{o m}

$$a\bar{c} + b\bar{c} + ac = a(\bar{c} + c) + b\bar{c} = a + b\bar{c}$$

$$\boxed{i=1}$$

1^{o m}

$$w(\bar{w} + \bar{x} + y) = w\bar{w} + w(\bar{x} + y) = w(\bar{x} + y)$$

2^{o m}

$$(w + y)(\bar{x} + y)(w + \bar{y}) = (w + w\bar{y} + y\bar{w} + \cancel{y\bar{y}})(\bar{x} + y) = w(\bar{x} + y)$$

$$\boxed{i=2}$$

$$1^{\circ m} \quad (\bar{a} + c)(\bar{b} + c)(\bar{a} + \bar{c}) = (\bar{a} + \bar{a}\bar{c} + \bar{a}c + \cancel{c\bar{c}})(\bar{b} + c) = \bar{a}(\bar{b} + c)$$

2^{o m}

$$\bar{a}(a + \bar{b} + c) = \bar{a}a + \bar{a}(\bar{b} + c) = \bar{a}(\bar{b} + c)$$

$$\boxed{i=3}$$

1^{o m}

$$\bar{x} + x\bar{y}z = (\bar{x} + x)(\bar{x} + \bar{y}z) = \bar{x} + \bar{y}z$$

2^{o m}

$$\bar{x}z + \bar{y}z + \bar{x}\bar{z} = \bar{x}(z + \bar{z}) + \bar{y}z = \bar{x} + \bar{y}z$$

Problema 4

6/6

x_4	x_3	x_2	x_1	g_0	g_1	g_2	g_3
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$x_4 x_3$	00	01	11	10
$x_2 x_1$	00	1	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

$$g_0 = (x_4 + x_3 + x_2 + \bar{x}_1)(x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + x_2 + x_1)(\bar{x}_4 + x_3 + x_2 + \bar{x}_1)$$

$$g_0 = x_3 \bar{x}_2 + x_2 x_1 + \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

$x_4 x_3$	00	01	11	10
$x_2 x_1$	00	1	1	0
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

$$g_1 = (x_4 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)(x_4 + x_3 + \bar{x}_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + x_2 + x_1)(\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1)$$

$$g_1 = \bar{x}_4 \bar{x}_2 + x_4 \bar{x}_3 + x_3 x_2$$

$x_4 x_3$	00	01	11	10
$x_2 x_1$	00	1	0	1
01	1	1	1	0
11	1	1	1	0
10	1	0	1	1

$$g_2 = (x_4 + \bar{x}_3 + x_2 + x_1) \cdot (x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1) \cdot (x_4 + x_3 + x_2 + \bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_4 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)$$

$$g_2 = \bar{x}_3 \bar{x}_1 + x_4 x_3 + \bar{x}_4 x_1$$

$x_4 x_3$	00	01	11	10
$x_2 x_1$	00	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

$$g_3 = (x_4 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1) \cdot (x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + x_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_4 + x_3 + x_2 + x_1)$$

$$g_3 = \bar{x}_4 \bar{x}_2 + x_4 x_1 + x_2 \bar{x}_1$$