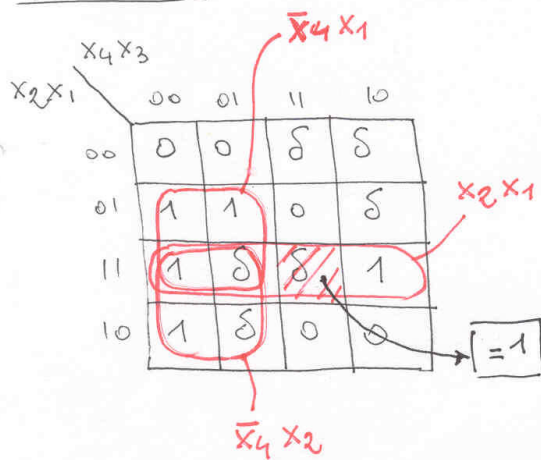


PROBLEMA 4.12

Data la funzione non completamente specificata di quattro variabili OR ($m_1, m_2, m_3, m_5, m_{11}$), $\delta(m_6, m_7, m_8, m_9, m_{12}, m_{15})$;

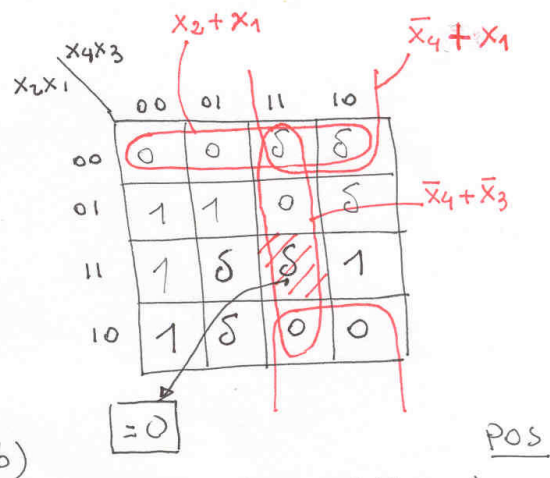
- Trovare una espressione SOP minimale
- Trovare una espressione POS minimale
- Le espressioni trovate in a) e b) rappresentano la stessa funzione? Spiegare.

SOLUZIONE



a) SOP

$$Y_1 = \bar{x}_4 x_2 + \bar{x}_4 x_1 + x_2 x_1$$



b)

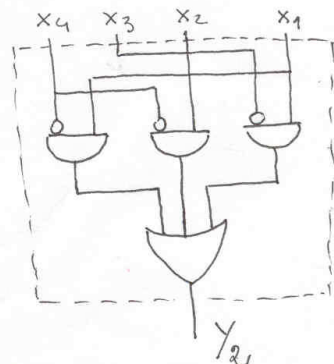
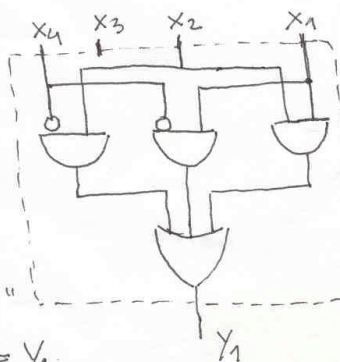
POS

$$Y_2 = (x_2 + x_1)(\bar{x}_4 + \bar{x}_3)(\bar{x}_4 + x_1)$$

- c) si ha $Y_1 \neq Y_2$ in quanto per $x_4 x_3 x_2 x_1 = 1111$ $Y_1 = 1$ e $Y_2 = 0$
 si possono confrontare le reti combinatorie generate da Y_1 e Y_2 trasformando Y_2 in forma SOP. si ha

$$Y_2 = (x_2 + x_1)(\bar{x}_4 + \bar{x}_3 x_1) = \bar{x}_4 x_2 + \bar{x}_3 x_2 x_1 + \bar{x}_4 x_1 + \bar{x}_3 x_1 = \bar{x}_4 x_2 + \bar{x}_4 x_1 + \bar{x}_3 x_1 (x_2 + 1) \\ = \bar{x}_4 x_2 + \bar{x}_4 x_1 + \bar{x}_3 x_1$$

Le reti generate dalle due espressioni di Y_1 e Y_2 sono diverse. Limitando il funzionamento delle reti alle caselle della mappa di Karnaugh in cui la funzione binaria vale "1" o "0" si può scrivere $Y_1 = Y_2$



(4-12)

Minimizzazione binaria duali con uso di $\bar{Y}_1$ e $\bar{Y}_2$

2) Si può costruire la tabella della funzione $\bar{Y}_1$

$x_4 x_3$		$x_2 x_1$			
		00	01	11	10
00	01	1	1	0	0
01	00	0	0	1	0
11	00	0	0	0	0
10	00	0	0	1	1

$(x_4 + \bar{x}_1)$
 $(\bar{x}_2 + \bar{x}_1)$
 $(x_4 + \bar{x}_2)$
 $\bar{Y}_1 \Rightarrow 0$
 $Y_1 = (\bar{x}_4 + x_3 + x_2 + x_1)$

$\bar{Y}_1 = (x_4 + \bar{x}_1)(\bar{x}_2 + \bar{x}_1)(x_4 + \bar{x}_2)$
e successivamente ottenere Y_1 e applicando due volte De Morgan

$$\begin{aligned} Y_1 = \overline{\bar{Y}_1} &= \overline{(x_4 + \bar{x}_1)(\bar{x}_2 + \bar{x}_1)(x_4 + \bar{x}_2)} = \\ &= \overline{(x_4 + \bar{x}_1)} + \overline{(\bar{x}_2 + \bar{x}_1)} + \overline{(x_4 + \bar{x}_2)} = \\ &= \bar{x}_4 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_1 + \bar{x}_4 \cdot x_2 \quad \text{c.v.d.} \end{aligned}$$

SOP

b) analogamente

		$x_4 x_3$			
		00	01	11	10
$x_2 x_1$	00	1	1	1	0
	01	0	0	1	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	1	1

$\bar{x}_2 \bar{x}_1$ (points to row 00)
 $x_4 x_3$ (points to column 11)
 $x_4 \bar{x}_1$ (points to column 10)
 $\bar{Y}_2$ (points to the bottom row)

$\boxed{= 1}$

$$\bar{Y}_2 = x_4 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_4 x_3$$

$$\begin{aligned} Y_2 = \overline{\bar{Y}_2} &= \overline{x_4 \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_4 x_3} = \\ &= \overline{x_4 \bar{x}_1} \cdot \overline{\bar{x}_2 \bar{x}_1} \cdot \overline{x_4 x_3} = \\ &= (\bar{x}_4 + x_1)(x_2 + x_1)(\bar{x}_4 + \bar{x}_3) \end{aligned}$$

POS