

Problema 4-6

Usare il metodo della K-mappa per progettare un addizionatore a due stati in forma SOP minimale, vale a dire, un circuito per ottenere la somma s_1, s_0 ed il riporto c_2 per addendi a due bit $b_1 b_2$ e $a_1 a_2$. Si noti che c_0 è posto a zero e può, quindi, essere ignorato.

SOLUZIONE

b_2	b_1	a_2	a_1	c_2	s_1	s_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

K-map for c_2 :

$b_2 b_1$	$a_2 a_1$	00	01	11	10
00		0	0	0	0
01		0	0	1	0
11		0	1	1	1
10		0	0	1	1

Groupings for c_2 : $b_2 b_1 a_2 a_1$, $b_2 b_1 a_1$, $b_2 a_2$

$$c_2 = b_2 a_2 + b_2 b_1 a_1 + b_1 a_2 a_1$$

K-map for s_0 :

$b_2 b_1$	$a_2 a_1$	00	01	11	10
00			1	1	
01		1			1
11		1			1
10			1	1	

Groupings for s_0 : $b_1 \bar{a}_1$, $\bar{b}_1 a_1$

$$s_0 = b_1 \bar{a}_1 + \bar{b}_1 a_1$$

$$= b_1 \oplus a_1$$

K-map for s_1 :

$b_2 b_1$	$a_2 a_1$	00	01	11	10
00		0	0	1	1
01		0	1	0	1
11		1	0	1	0
10		1	1	0	0

Groupings for s_1 : $b_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2$, $b_2 \bar{a}_1 a_2$, $b_2 a_1 \bar{a}_2$, $b_2 a_1 a_2$, $\bar{b}_2 \bar{a}_1 \bar{a}_2$, $\bar{b}_2 \bar{a}_1 a_2$, $\bar{b}_2 a_1 \bar{a}_2$, $\bar{b}_2 a_1 a_2$

$$\begin{aligned} s_1 &= \bar{b}_2 \bar{b}_1 a_2 + \bar{b}_2 a_2 \bar{a}_1 + \bar{b}_2 b_1 \bar{a}_2 a_1 + \\ &+ b_2 b_1 a_2 a_1 + b_2 \bar{a}_2 \bar{a}_1 + b_2 \bar{b}_1 \bar{a}_2 = \\ &= (\bar{b}_2 a_2 + b_2 \bar{a}_2) \bar{b}_1 + (\bar{b}_2 a_2 + b_2 \bar{a}_2) \bar{a}_1 + \\ &+ (\bar{b}_2 \bar{a}_2 + b_2 a_2) a_1 b_1 = \\ &= b_2 \oplus a_2 (\bar{a}_1 + \bar{b}_1) + \bar{b}_2 \oplus a_2 \cdot a_1 b_1 = \\ &= (b_2 \oplus a_2) \cdot \bar{a}_1 b_1 + \bar{b}_2 \oplus a_2 \cdot a_1 b_1 = \\ &= b_2 \oplus a_2 \oplus (a_1 b_1) \end{aligned}$$

La prima espressione scritta per le tre variabili c_2, s_1, s_0 è la forma SOP minimale richiesta. Nell'ipotesi si supponga delle variabili di ingresso a_1, a_2, b_1, b_2 sia in forma diretta che negata il tracciamento della rete combinatoria è immediato. Si ottengono, per ^{ogni} le tre variabili di uscita, tre reti a due livelli, formate da una porta OR che riceve in ingresso le uscite di tante porte AND quanti sono i prodotti che compaiono in ogni formula.

Le successive elaborazioni delle espressioni di s_0 e s_1 non sono minimizzazioni, anche se la versione finale è molto compatta, ma trasformazioni che realizzano la stessa funzione binaria con la più complessa operazione OR esclusivo.

Con riferimento a queste ultime relazioni si ha la seguente rete combinatoria.

