

Circuiti e Sistemi Logici – Compitino — 29-05-2007

Copiare le seguenti tabelle nel foglio utilizzato come contenitore dello svolgimento.

Questo foglio con il testo del compito **NON** va consegnato.

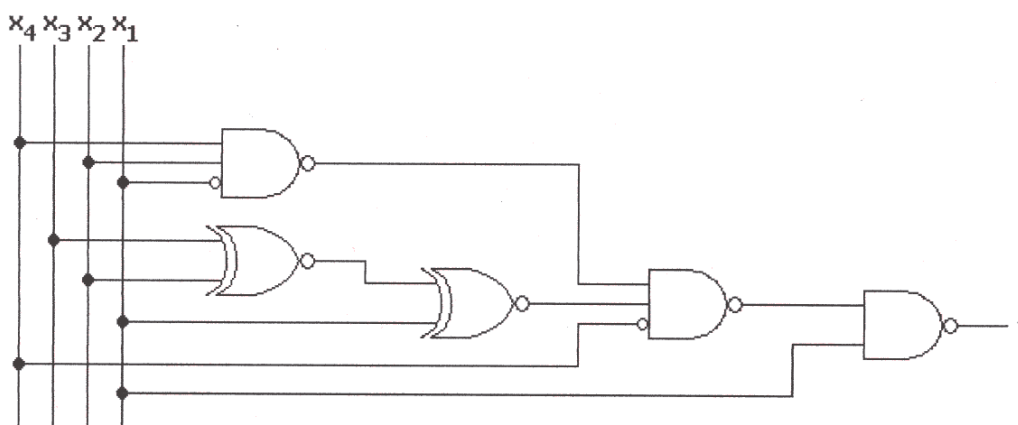
Scrivere SUBITO Cognome, Nome e Matricola su tutti i fogli.

Matricola		COGNOME e Nome	
Docente		Sede	

Problema	1	2	3	4
Voto				

Le 6 cifre della **matricola**: $m_6 m_5 m_4 m_3 m_2 m_1$ saranno utilizzate nel testo dei problemi.
Si ricorda che $a \bmod b$ è il resto della divisione intera di a per b .

Problema 1. (9 punti)



- Ricavare la funzione $f(x_4, x_3, x_2, x_1)$ in forma algebrica.
- Scrivere la corrispondente tabella della verità di f .
- Ricavare con il metodo delle K-mappe una funzione POS minima equivalente a f .
- Disegnare la rete minima corrispondente utilizzando esclusivamente connettivi NOR.

Problema 2. (8 punti)

Valutare $h = [m_2 \times (m_4 + m_6)] \bmod 3$

- Trovare le basi b (interi e maggiori di 1) per le quali valga l'uguaglianza specificata al punto h :

$$h = 0, \quad 221_b + 302_b = 1123_b$$

$$h = 1, \quad 24_b + 30_b = 114_b$$

$$h = 2, \quad 211_b + 102_b = 1020_b$$

- Calcolare il valore decimale corrispondente al secondo membro dell'uguaglianza specificata al punto h e convertirlo poi in binario posizionale, esprimendolo in notazione ottale ed esadecimale
- Convertire in codice Gray l'espressione binaria individuata al punto precedente.

Problema 3. (8 punti)

Valutare $i = (m_6 + m_4 + m_2 - 1) \bmod 4$ e considerare la funzione f_i definita come segue:

- $f_0(x_4, x_3, x_2, x_1) = 1 \Leftrightarrow x_4 = x_3 \oplus x_2$
- $f_1(x_4, x_3, x_2, x_1) = 1 \Leftrightarrow x_3 = x_2 \oplus x_1$
- $f_2(x_4, x_3, x_2, x_1) = 0 \Leftrightarrow x_2 = x_1 \oplus x_4$
- $f_3(x_4, x_3, x_2, x_1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_4 \oplus x_3$

- a) Disegnare la tavola di verità di f_i disponendo le variabili x_4, x_3, x_2, x_1 nell'ordine da sinistra verso destra.
- b) Disegnare la K-mappa di f_i usando x_2, x_1 come indici di riga e x_4, x_3 come indici di colonna.
- c) Scrivere la forma canonica POS di f_i in forma compatta.
- d) Scrivere la (o una) forma minima POS di f_i .

Problema 4. (8 punti)

Valutare $K = 6 + [(m_1 + m_2 + m_3) \bmod 3]$, scrivere il valore di K con 4 cifre ottali e usarlo nel codice SEC seguente, dove indicato.

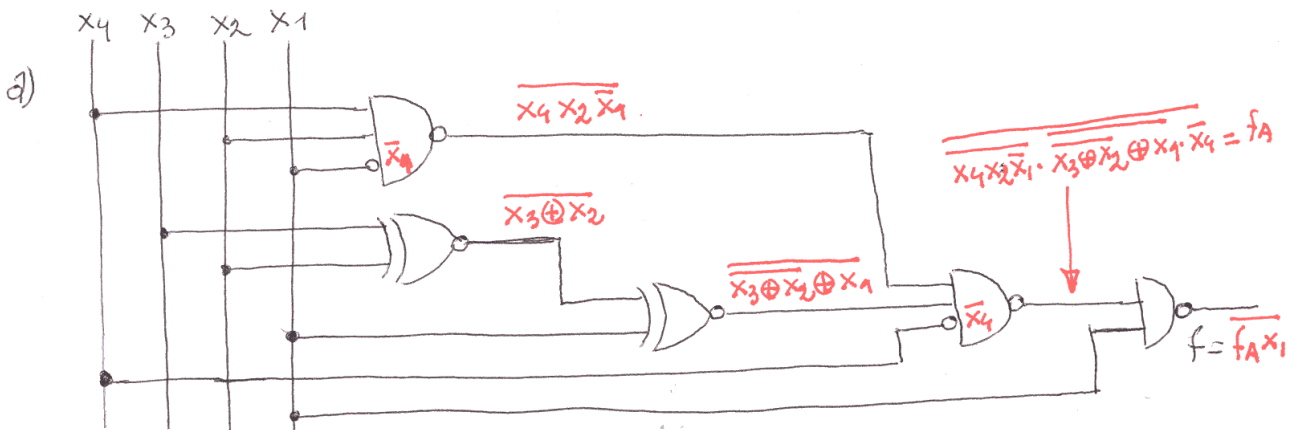
- a) Descrivere il funzionamento del seguente programma SEC, individuandone i segmenti significativi
- b) Specificare il contenuto delle celle di memoria $M[1000_8]$, $M[1001_8]$, ..., $M[1000_8 + K]$ al termine dell'esecuzione del programma

```

0000 ENT , 0 , 0001
0001 STA , 0 , 1000
0002 STA , 0 , 1001
0003 STA , 0 , 2000
0004 ENT , 0 , K
0005 STA , 0 , 3000
0006 LDA , 0 , 3000
0007 SUB , 0 , 2000
0010 JPA , 0 , 0200
0011 HLT , 0 , 0000
0200 LDA , 0 , 1000
0201 ADD , 0 , 1001
0202 STA , 0 , 1002
0203 ENT , 0 , 1
0204 ADD , 0 , 0200
0205 STA , 0 , 0200
0206 ENT , 0 , 1
0207 ADD , 0 , 0201
0210 STA , 0 , 0201
0211 ENT , 0 , 1
0212 ADD , 0 , 0202
0213 STA , 0 , 0202
0214 ENT , 0 , 1
0215 ADD , 0 , 2000
0216 STA , 0 , 2000
0217 JMP , 0 , 0006

```

Problema 1 (1^a soluzione)



$$f = \overline{x_4 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} \oplus x_1 \cdot \overline{x_4} \cdot x_1 = \overline{x_4 x_2 x_1} \cdot \overline{x_3 x_2 x_1} \oplus x_1 \cdot \overline{x_4} + \overline{x_1}$$

$$f = (\overline{x_4} + \overline{x_2} + x_1)(\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1)\overline{x_4} + \overline{x_1}$$

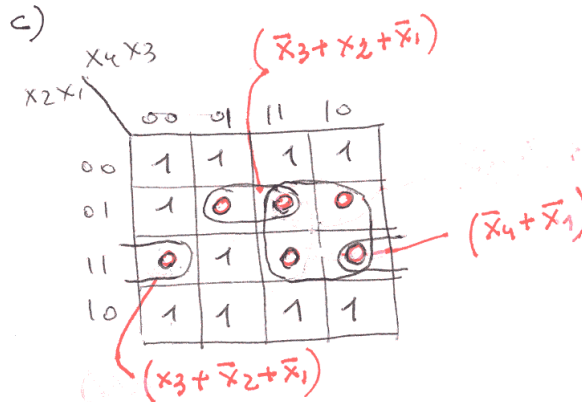
$$= (\overline{x_4} + \overline{x_2} + x_1)(\overline{x_3} \overline{x_2} x_1 + \overline{x_3} x_2 \overline{x_1} + x_3 \overline{x_2} \overline{x_1} + x_3 x_2 x_1)\overline{x_4} + \overline{x_1}$$

$$= \underbrace{\overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_2} x_1}_{m_1} + \underbrace{\overline{x_4} \overline{x_3} x_2 \overline{x_1}}_{m_2} + \underbrace{\overline{x_4} x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}}_{m_4} + \underbrace{\overline{x_4} x_3 x_2 x_1}_{m_7} + \overline{x_1}$$

$m_0, m_2, m_4, m_6, m_8, m_{10}, m_{12}, m_{14}$

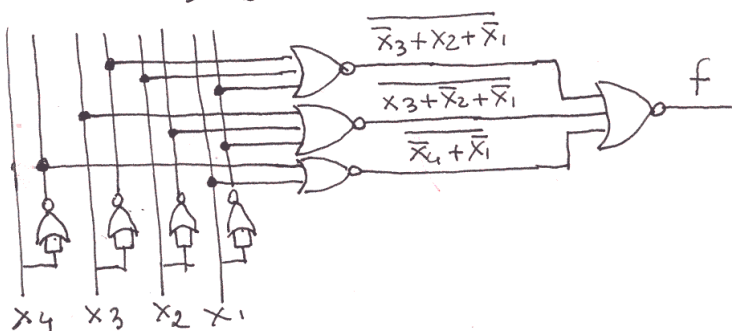
b)

x ₄	x ₃	x ₂	x ₁	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0



$$f = (\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1})(x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_1})(\overline{x_4} + \overline{x_1})$$

d) $f = \overline{f} = \overline{x_3 + x_2 + x_1} + \overline{x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_1}} + \overline{\overline{x_4} + \overline{x_1}}$



Problema 1 (risoluzione: forza bruta)

b)

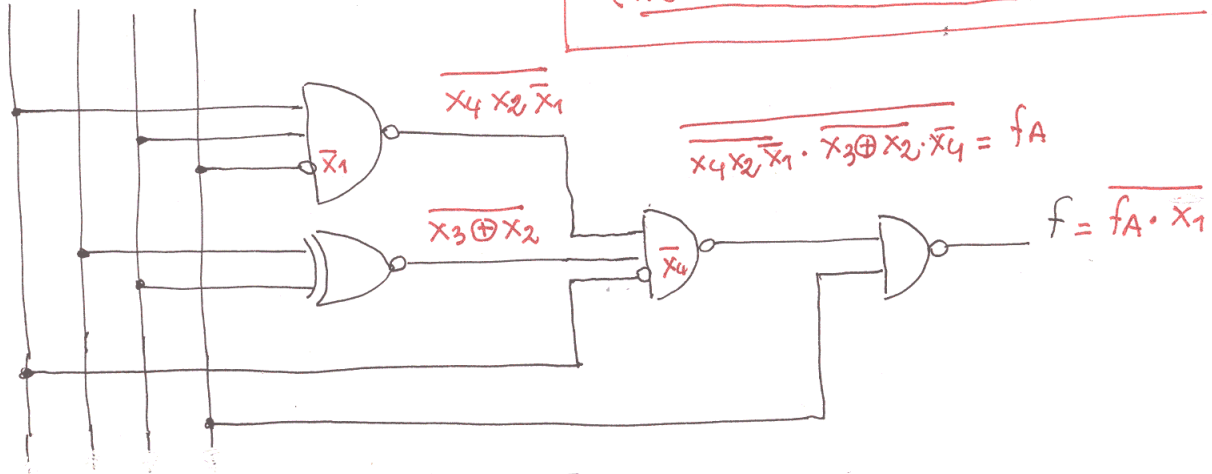
x_4	x_3	x_2	x_1	$\bar{x}_1$	f_1 $x_4 x_2 \bar{x}_1$	f_2' $x_3 \oplus x_2$	f_2 $x_3 \oplus x_2 \oplus x_1$	f_3 $\bar{x}_4$	f_A $f_1 f_2 f_3$	f_A' $\overline{f_1 f_2 f_3}$	$f = \overline{f_A \cdot x_1} = \overline{f_A'} \cdot x_1$
0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0

- TAVOLA DI VERITÀ RICAVATA DIRETTAMENTE DALLA PRIMA ESPRESSIONE ALGEBRICA.
- LA COLONNA f_A' CORRISPONDE ALLA USCITA DELLA PORTA NAND, DI SECONDO LIVELLO, NELLA RETE ASSEGNATA PRIVATA DI UNA PORTA NOR (ERRORE!). MIRACOLOSAMENTE LA FUNZIONE DI USCITA "f" RIMANE INVARIATA.
- L'ERRORE DI COPIATURA PUÒ ESSERE, IN FASE DI CORREZIONE, USATO COME PRETESTO PER MOSTRARE IL CASO DI DUE RETI DIVERSE MA EQUIVALENTI.

Problema 1

a)

$x_4 \ x_3 \ x_2 \ x_1$



$$f = \overline{x_4 x_2 \bar{x}_1} \cdot \overline{x_3 \oplus x_2} \cdot \bar{x}_4 \cdot x_1$$

$$f = \overline{x_4 x_2 \bar{x}_1} \cdot \overline{x_3 \oplus x_2} \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_1 = (\bar{x}_4 + \bar{x}_2 x_1)(\bar{x}_3 \bar{x}_2 + x_3 x_2) \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_1$$

$$= \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 + \bar{x}_4 x_3 x_2 + \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 + \bar{x}_1 = \underbrace{\bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2}_{m_{10}} + \underbrace{\bar{x}_4 x_3 x_2}_{m_6} + \underbrace{\bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1}_{m_1} + \bar{x}_1$$

b)

x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

c)

$x_4 x_3$	$x_2 x_1$	00	01	11	10
00	1	1	1	1	1
01	1	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1

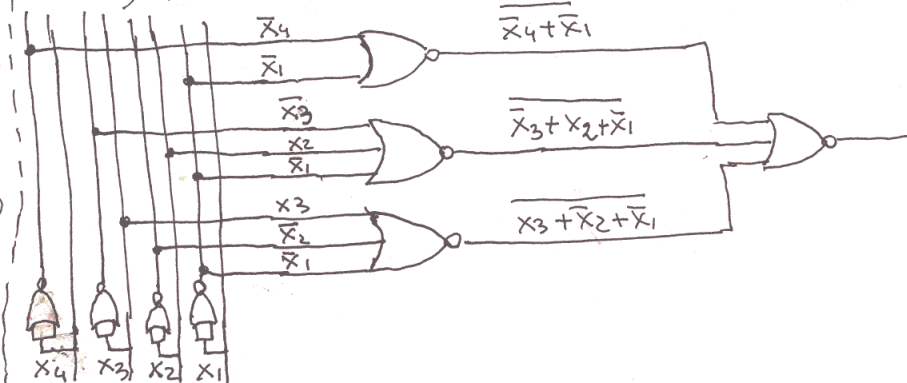
$(\bar{x}_4 + \bar{x}_1)$

$(\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1)$

$(x_2 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)$

$$f = (\bar{x}_4 + \bar{x}_1)(\bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1)(x_2 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)$$

d) $f = \bar{f} = \overline{(\bar{x}_4 + \bar{x}_1 + \bar{x}_3 + x_2 + \bar{x}_1 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)}$



m_{10}
 m_2
 m_4
 m_6
 m_8
 m_{10}
 m_{12}
 m_{14}

Problema 2 (compitino 29/05/07)

4/6

a) $h=0$

$$2 \cdot b^2 + 2b + 1 + 3b^2 + 0 \cdot b + 2 = 1 \cdot b^3 + 1b^2 + 2b + 3$$

$$b^3 - 4b^2 = 0 \quad b=4 \quad b=0 \quad \text{NON CONSISTENTE}$$

$h=1$

$$2b + 4 + 3b + 0 = 1b^2 + 1b + 4$$

$$b^2 - 4b = 0 \quad b=0 \quad b=4 \quad \text{NON CONSISTENTE}$$

NB. $b=4$ soddisfa la somma delle cifre più significative ed è indifferente per le cifre delle unità qualunque esse sia. La cifra delle unità con $b=4$ deve essere compresa tra 0 e 3, per cui i valori 244 e 1144 non sono coerenti.

$h=2$

$$2b^2 + 1b + 1 + 1 \cdot b^2 + 0b + 2 = 1 \cdot b^3 + 0b^2 + 2b + 0$$

$$b^3 - 3b^2 + b - 3 = 0 \quad b^2(b-3) + (b-3) = 0 \quad b=3$$

b) $h=0$

$$1123_4 = 1 \cdot 4^3 + 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 3 = 91_{10} \quad \text{oppure}$$

DEC2HEX $91 \mid B$
 $5 \mid 5$
 0

oppure $S_0 = a_0 + 16S_1 = B + 16 \cdot 5$
 $S_1 = a_1 + 16S_2 = 5 + 16 \cdot 0$

$S_3 = 1$
 $S_2 = 1 + 4S_3 = 5$
 $S_1 = 2 + 4S_2 = 22$
 $S_0 = 3 + 4S_1 = 91_{10}$

$$91_{10} = 5B_{16} = 01011011_2 = 133_8$$

$h=1$

Il valore assegnato, 1144, non ha senso. Prevedendolo per le unità un valore bello, es: $23_4 + 30_4 = 113_4$ si ha:

$$113_4 = 1 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 + 3 = 23_{10} \quad \text{oppure}$$

DEC2HEX $23 \mid 7$
 $1 \mid 1$
 0

oppure $S_0 = a_0 + 16S_1 = 7 + 16 \cdot 1$
 $S_1 = a_1 + 16S_2 = 1 + 16 \cdot 0$

$S_2 = 1$
 $S_1 = 1 + 4S_2 = 5$
 $S_0 = 3 + 4S_1 = 23_{10}$

$h=2$

$$1020_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 + 0 = 33_{10} \quad \text{oppure}$$

DEC2HEX $33 \mid 1$
 $2 \mid 2$
 0

oppure $S_0 = a_0 + 16S_1 = 1 + 16 \cdot 2$
 $S_1 = a_1 + 16S_2 = 2 + 16 \cdot 0$

$S_3 = 1$
 $S_2 = 0 + 3S_3 = 3$
 $S_1 = 2 + 3S_2 = 11$
 $S_0 = 0 + 3S_1 = 33_{10}$

$$33_{10} = 21_{16} = 00100001_2 = 041_8$$

c) $h=0$

$h=1$

$h=2$

(B) $0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$
 $\downarrow \oplus \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
(G) $0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0$

$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$
 $\downarrow \oplus \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0$

$0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$
 $\downarrow \oplus \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$

Problema 3 (compitino 29/05/07)

5/6

d)

x_4	x_3	x_2	x_1	f_0	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0

d)

$$f_0 = (x_4 + x_3 + \bar{x}_2) \cdot (x_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2)$$

$$f_1 = (\bar{x}_3 + x_2 + x_1) \cdot (x_3 + x_2 + \bar{x}_1)$$

$$f_2 = (x_4 + x_2 + \bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_4 + x_2 + \bar{x}_1)$$

$$f_3 = (x_4 + x_3 + x_1) \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_1)$$

NON RICHIESTO

$$f_0 = (x_4 + (\bar{x}_3 + \bar{x}_2)(\bar{x}_3 + x_2))(\bar{x}_4 + (x_3 + x_2)(\bar{x}_3 + \bar{x}_2))$$

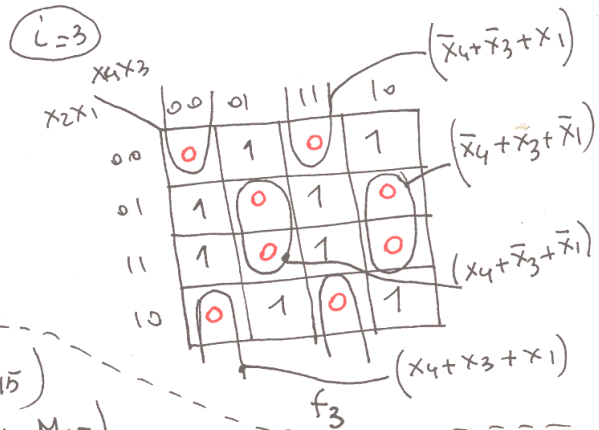
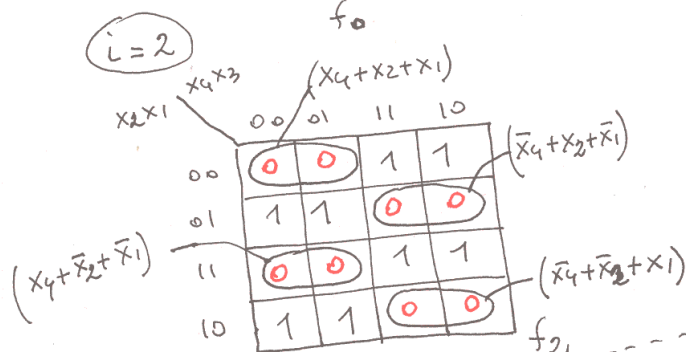
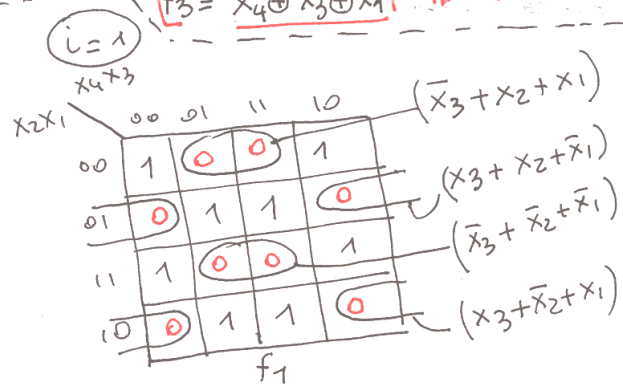
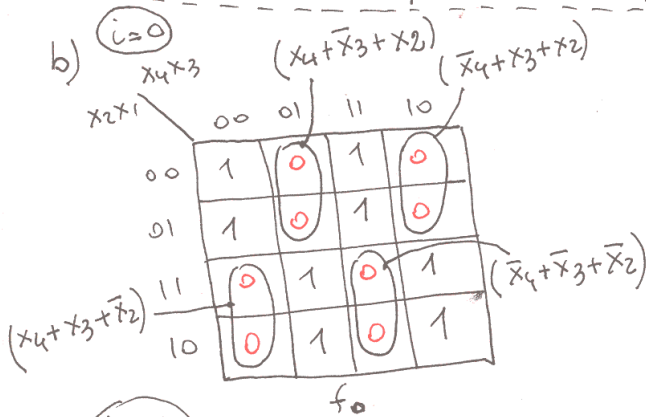
$$= (x_4 + \bar{x}_2 \oplus x_2)(\bar{x}_4 + x_2 \oplus \bar{x}_2) = x_4 \oplus x_3 \oplus x_2$$

$$f_1 = x_2 \oplus x_3 \oplus x_1 \quad \text{IDEM}$$

$$f_2 = (x_2 + (x_4 + x_1)(\bar{x}_4 + \bar{x}_1))(\bar{x}_2 + (x_4 + \bar{x}_1)(\bar{x}_4 + x_1))$$

$$= (x_2 + x_4 \oplus x_1)(\bar{x}_2 + \bar{x}_4 \oplus x_1) = x_2 \oplus x_3 \oplus x_1$$

$$f_3 = x_4 \oplus x_3 \oplus x_1 \quad \text{IDEM}$$



c)

$$f_0 = \text{AND}(M_2, M_3, M_4, M_5, M_8, M_9, M_{14}, M_{15})$$

$$f_1 = \text{AND}(M_1, M_2, M_4, M_7, M_9, M_{10}, M_{12}, M_{15})$$

$$f_2 = \text{AND}(M_0, M_3, M_4, M_7, M_9, M_{10}, M_{13}, M_{14})$$

$$f_3 = \text{AND}(M_0, M_2, M_5, M_7, M_9, M_{11}, M_{12}, M_{14})$$

Problema 3 (compilato 29/05/07)

5/6 m's

**SOLUZIONE CON TUTTE LE "f_i" = 1 (i=0÷3)
E CON FORMA MINIMA SOP**

a)

x ₄	x ₃	x ₂	x ₁	f ₀	f ₁	f ₂	f ₃
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0

d)

$$f_0 = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 + x_4 x_3 \bar{x}_2 + \bar{x}_4 x_3 x_2 + x_4 \bar{x}_3 x_2$$

$$f_1 = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 + x_3 x_2 \bar{x}_1 + x_3 \bar{x}_2 x_1 + \bar{x}_3 x_2 x_1$$

$$f_2 = \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 + \bar{x}_4 x_2 x_1 + x_4 \bar{x}_2 x_1 + x_4 x_2 \bar{x}_1$$

$$f_3 = x_4 x_3 \bar{x}_1 + \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 + x_4 \bar{x}_3 x_1 + \bar{x}_4 x_3 x_1$$

NON RICHIESTO

$$f_0 = (\bar{x}_4 \bar{x}_3 + x_4 x_3) \bar{x}_2 + (\bar{x}_4 x_3 + x_4 \bar{x}_3) x_2$$

$$= \overline{x_4 \oplus x_3} \cdot \bar{x}_2 + (x_4 \oplus x_3) x_2$$

$$= \overline{x_4 \oplus x_3 \oplus x_2} \quad \text{IDEM}$$

$$f_1 = \overline{x_3 \oplus x_2 \oplus x_1}$$

$$f_2 = \overline{x_4 \oplus x_2 \oplus x_1}$$

$$f_3 = \overline{x_4 \oplus x_3 \oplus x_1}$$

b) $i=0$

x ₄ x ₃	00	01	11	10
x ₂ x ₁	00	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

$i=1$

x ₄ x ₃	00	01	11	10
x ₂ x ₁	00	1	0	0
01	0	1	1	0
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$i=2$

x ₄ x ₃	00	01	11	10
x ₂ x ₁	00	1	1	0
01	0	0	1	1
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

$i=3$

x ₄ x ₃	00	01	11	10
x ₂ x ₁	00	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	1	0	1	0

c)

$$f_0 = \text{AND}(M_2, M_3, M_4, M_5, M_8, M_9, M_{14}, M_{15})$$

$$f_1 = \text{AND}(M_1, M_2, M_4, M_7, M_9, M_{10}, M_{12}, M_{15})$$

$$f_2 = \text{AND}(M_1, M_2, M_5, M_6, M_8, M_{11}, M_{12}, M_{15})$$

$$f_3 = \text{AND}(M_1, M_3, M_4, M_6, M_8, M_{10}, M_{13}, M_{15})$$

Problema 4 (compitino 29/05/07)

6/6

2)

IPOTESI $K=6$

0 ENT 1
1 STA 1000
2 STA 1001
3 STA 2000
); $M[1000]=1$, $M[1001]=1$ $a_0=a_1=1$
INIZIALIZZA CONTATORE

4 ENT K
5 STA 3000
); $M[3000]=K=\text{costante}$
SUCCESIONE CON $K+1$ ELEMENTI

6 LDA 3000
7 SUB 2000
10 JPA 200
); $M[3000] > M[2000]$? $K > \text{COUNT}$?
TEST

11 HLT
FINE

200 LDA 1000
201 ADD 1001
202 STA 1002
); $M[1002+i] = M[1000+i] + M[1001+i]$
 $a_i = a_{i-1} + a_{i-2}$

203 ENT 1
204 ADD 200
205 STA 200
); LDA 1000+i $i=0,1,\dots,K-1$

206 ENT 1
207 ADD 201
210 STA 201
); ADD 1001+i "

211 ENT 1
212 ADD 202
213 STA 202
); STA 1002+i "

214 ENT 1
215 ADD 2000
216 STA 2000
); $M[2000] = M[2000+1]$
INCREMENTA CONTATORE (COUNT)

217 JMP 6

AGGIORNA PUNTORI

Detti $a_0, a_1, \dots, a_K$ i contenuti delle variabili $M[1000], \dots, M[1000+K]$ il programma determina la seguente successione di numeri (Fibonacci)

$$a_0 = a_1 = 1 \quad a_i = a_{i-1} + a_{i-2} \quad \text{per } i \geq 2$$

b) Con $K=6$ si ha

$$M[1000]=1 \quad M[1001]=1 \quad M[1002]=2 \quad M[1003]=3 \quad M[1004]=5 \quad M[1005]=8$$

$$M[1006]=13$$