

1/11

Circuiti e Sistemi Logici - Compito — 6-7-2004

Problema 1. (1 punto) (a) Intestare il foglio protocollo utilizzato come primo foglio e contenitore delle soluzioni con dati e tabella voti secondo il seguente formato:

Matricola		COGNOME e Nome	
Docente		Sede	

Problema	1	2	3	4	5
Voto					

(b) Scrivere Cognome, Nome e Matricola su tutti i fogli consegnati.

N.B. Le 6 cifre della **matricola**: $m_6 m_5 m_4 m_3 m_2 m_1$ saranno utilizzate nel testo dei problemi.

Problema 2. (14 punti)

Si valuti $j = (m_5 + m_3 + m_1) \bmod 2$ e si scriva il risultato.

Il codice *tre-su-cinque* codifica ciascuna delle cifre 0,1,...,9 con una stringa di 5 bit $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ che contiene esattamente tre bit uguali ad 1. (Le stringhe di 5 bit di cui 3 uguali ad 1 sono 10.)

Sia $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ la funzione che vale 1 se e solo se $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ è il codice tre-su-cinque di una cifra.

- (a) Quanti mintermini ha la funzione f ? Giustificare la risposta.
- (b) Quanti maxtermini ha la funzione f ? Giustificare la risposta.
- (c) Argomentare (in due-tre righe) che tutti i mintermini di f sono essenziali.
- (d) Siano definite le funzioni g dalla seguente relazione:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \bar{x}_4 \bar{x}_5 g_0(x_1, x_2, x_3) + x_4 \bar{x}_5 g_1(x_1, x_2, x_3) + \bar{x}_4 x_5 g_2(x_1, x_2, x_3) + x_4 x_5 g_3(x_1, x_2, x_3).$$

Scrivere la tabella di verità delle funzioni listate al punto j:

$$j=0: g_0, g_1 \text{ e } g_3; \quad j=1: g_0, g_2 \text{ e } g_3.$$

- (e) Argomentare (in due-tre righe) che $g_2(x_1, x_2, x_3) = g_1(x_1, x_2, x_3)$.
- (f) Disegnare un circuito di 4 multiplexer 4-a-1 che realizzi la funzione f , assumendo disponibili le costanti 0 e 1 le variabili x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e i loro complementi. (Suggerimento: usare le variabili x_4 e x_5 come ingressi SELECT del multiplexer che produce f .)

2/11

Problema 3. (10 punti)

Per $i=5,4,3,2,1$, sia $a_i = m_i \bmod 8$. Si scriva il numero ottale $A=(00a_5a_4a_3a_2a_1)_8$.

Il numero A sia presente nella cella di memoria di indirizzo 1000_8 , che è l'unica cella, oltre a quelle di programma, a non contenere inizialmente $(0000000)_8$. Si sviluppi un programma SEC che, al termine dell'esecuzione, produca nella cella di memoria 1000_8 il numero $B=(00a_50a_30a_1)_8$. Si articoli la soluzione nelle due fasi sotto specificate. (Si ricorda che la parola del computer SEC contiene 21 bit e che, in una istruzione, il campo operando è di 12 bit)

(a) Descrivere concisamente (non più di 6-8 righe) la strategia seguita dal vostro programma. (Descrizioni prolisse saranno ignorate o penalizzate).

(b) Scrivere il programma SEC utilizzando i codici operativi mnemonici.

Problema 4. (8 punti)

Si valuti $i=(m_4+m_2) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Si consideri la funzione di commutazione definita al seguente punto i (si intende che $0 < i$):

- $i=0$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)=1$ se e solo se $x_3 \leq x_4 \leq x_5 = x_6 \leq x_1 \leq x_2$;
- $i=1$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)=1$ se e solo se $x_3 \geq x_4 \geq x_5 = x_6 \geq x_1 \geq x_2$;
- $i=2$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)=1$ se e solo se $x_5 \leq x_6 \leq x_1 = x_2 \leq x_3 \leq x_4$;
- $i=3$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)=1$ se e solo se $x_5 \geq x_6 \geq x_1 = x_2 \geq x_3 \geq x_4$.

(a) Scrivere i mintermini. Si ragioni sulla struttura della funzione, senza compilare la tabella di verità.

(b) Ottenere gli implicanti primi.

(c) Scrivere gli implicanti essenziali.

(d) Ottenere una espressione SoP minima.

NB. Scrivere tutti i prodotti ordinando le variabili in ordine di indice crescente. Esempio: $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 x_6$.

Problema 5. (12 punti)

Si valuti $h=(m_4 * m_2 + m_3) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Progettare una rete sequenziale sincrona con un ingresso x ed una uscita z che soddisfi la specifica data al seguente punto h :

- $h=0$: $z^{(j)}=1$ se e solo se $x^{(j)}=x^{(j-1)}=x^{(j-2)}$;
- $h=1$: $z^{(j)}=0$ se e solo se $x^{(j)}=x^{(j-1)}=x^{(j-2)}$;
- $h=2$: $z^{(j)}=0$ se e solo se $\bar{x}^{(j)}=\bar{x}^{(j-1)}=\bar{x}^{(j-2)}$;
- $h=3$: $z^{(j)}=1$ se e solo se $\bar{x}^{(j)}=\bar{x}^{(j-1)}=\bar{x}^{(j-2)}$.

(a) Determinare il diagramma di stato della macchina sequenziale, ipotizzando già funzionamento a regime (cioè siano noti i valori dell'ingresso agli istanti precedenti)

(b) Scrivere le funzioni booleane della rete sequenziale, realizzando la parte di memorizzazione mediante flip-flop di tipo T.

(c) Disegnare la rete sequenziale risultante, avente parte combinatoria realizzata mediante logica discreta.

3/11

(d) Se la formula che definisce $z^{(j)}$ fosse estesa fino a x^{j-n} , il numero degli stati (cioè i nodi del diagramma di stato) crescerebbe proporzionalmente a n , 2^n , o $\log_2 n$? Giustificare brevemente la risposta identificando il tipo di informazione che la macchina deve "ricordare".

2m

Soluzione problema 2 - Compito 6/07/04

4/11

Le dieci combinazioni possono essere riportate in funzione di x_4 e x_5 nel seguente modo

	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
$\bar{x}_5 \bar{x}_4 = 1$	0	0	1	1	1	1	genera mintermini di g_0
$\bar{x}_5 x_4 = 1$	0	1	0	1	1	1	genera mintermini di g_1
	0	1	1	0	1	1	
$x_5 \bar{x}_4 = 1$	1	0	0	1	1	1	genera mintermini di g_2
	1	0	1	0	1	1	
	1	0	1	1	0	1	genera mintermini di g_3
$x_5 x_4 = 1$	1	1	0	0	1	1	
	1	1	0	1	0	1	
	1	1	1	0	0	1	
le rimanenti 22 combinazioni						0	

- a) f ha dieci mintermini
b) f ha ventidue mintermini

c) tutti i mintermini sono generati da combinazioni che hanno tre bit a "1". Data una combinazione la combinazione "più vicina" si ottiene spostando un "1" di una posizione. la nuova combinazione differisce di due bit (1 scambiato con 0) per cui non risulta soddisfolto il criterio di adiacenza (differenza di un solo bit).

d) $j=0$

x_3	x_2	x_1	g_0	g_1	g_3
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0

$j=1$ (banale)

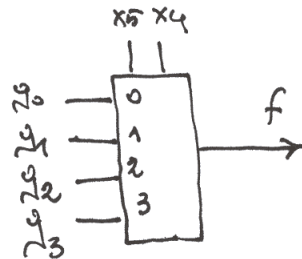
x_3	x_2	x_1	g_0	g_2	g_3
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0

e) Come si vede dalla tabella, le tre variabili x_3 x_2 x_1 , delle funzioni g_1 e g_2 , debbono contenere due bit a 1, quindi sono le stesse 3 combinazioni che generano mintermini.

(segue problema ~)

5/11

f) Scegliendo x_4, x_5 come input SELECT per produrre f si ha



Le tavole di verità delle quattro funzioni z_0, z_1, z_2, z_3 possono essere riscritte

$x_3 \times x_2$

x_1	00	01	10	11
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1

z_0

$x_3 \times x_2$

x_1	00	01	10	11
0	0	0	0	1
1	0	1	1	0

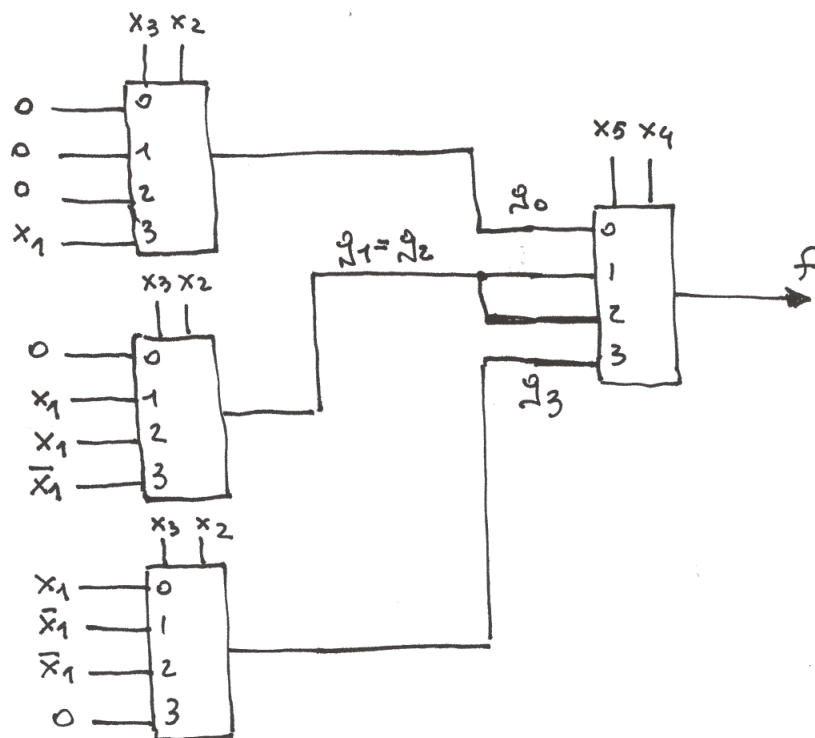
$z_1 = z_2$

$x_3 \times x_2$

x_1	00	01	10	11
0	0	1	1	0
1	1	0	0	0

z_3

la rete



Soluzione problema 3 - Computo 6/07/04 6/11

a) Usare la funzione AND con la maschera
00077778 (12 bit) per creare il dato 000a4a3a2a1

$$\begin{array}{r} 00077778 \\ 00a5a4a3a2a1 \\ \hline \end{array} \quad (\text{NB } 78 = 1112)$$

$$\text{AND } 000a4a3a2a1$$

Sottrarre a M[1000] questo valore

$$\begin{array}{r} \text{M}[1000] \quad 00a5a4a3a2a1 \\ 000a4a3a2a1 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{SUB } 00a50000$$

Eliminare a4 e a2 di 000a4a3a2a1 con

$$\begin{array}{r} 000a4a3a2a1 \\ 00007078 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{AND } 0000a30a1$$

Eseguire l'OR tra i due risultati parziali

$$\begin{array}{r} 00a50000 \\ 0000a30a1 \\ \hline \text{OR } 00a50a30a1 \end{array}$$

b)

ENT, 0, 7777
 AND, 0, 1000
 STA, 0, 1001
 LDA, 0, 1000
 SUB, 0, 1001
 STA, 0, 1000
 ENT, 0, 0707
 AND, 0, 1001 ; accum = 0000a30a1
 OR, 0, 1000 ; accum = 00a50a30a1
 STA, 0, 1000 ; M[1000] = 00a50a30a1
 HLT

soluzione problema 4 - Compito 6/07/04 7/11

$i=0$

2) La condizione $[X_3 \leq X_4 \leq X_5 = X_6 \leq X_1 \leq X_2]$ è soddisfatta dalle seguenti combinazioni

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
m_0	0	0	0	0	0	0	$\bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \bar{X}_6$
m_{16}	0	1	0	0	0	0	$\bar{X}_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \bar{X}_6$
m_{48}	1	1	0	0	0	0	$X_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \bar{X}_6$
m_{51}	1	1	0	0	1	1	$X_1 X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 X_5 X_6$
m_{55}	1	1	0	1	1	1	$X_1 X_2 \bar{X}_3 X_4 X_5 X_6$
m_{63}	1	1	1	1	1	1	$X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6$

b)	m_0	000000	✓	0-0000	(0,16)	→ $P_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \bar{X}_6$
	m_{16}	010000	✓	-10000	(16,48)	→ $P_2 = X_2 \bar{X}_3 \bar{X}_4 \bar{X}_5 \bar{X}_6$
	m_{48}	110000	✓	110-11	(51,55)	→ $P_3 = X_1 X_2 \bar{X}_3 X_5 X_6$
	m_{51}	110011	✓	11-111	(55,63)	→ $P_4 = X_1 X_2 X_4 X_5 X_6$
	m_{55}	110111	✓			
	m_{63}	111111	✓			

c)		m_0	m_{16}	m_{48}	m_{51}	m_{55}	m_{63}
*	P_1	⊗	x				
*	P_2		x	⊗			
*	P_3				⊗	x	
*	P_4					x	⊗

tutti
essenziali

d)

$$f = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$$

$\bar{c}=1$

$$x_3 \geq x_4 \geq x_5 = x_6 \geq x_1 \geq x_2$$

8/11

d)

	x_1	x_2	$x_3 \rightarrow x_4$	x_5	x_6
m_0	0	0	0	0	0
m_8	0	0	1	0	0
m_{12}	0	0	1	1	0
m_{15}	0	0	1	1	1
m_{47}	1	0	1	1	1
m_{63}	1	1	1	1	1

$$P_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \quad (0,8)$$

$$P_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \quad (8,12)$$

$$P_3 = \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 x_6 \quad (15,47)$$

$$P_4 = x_1 x_3 x_4 x_5 x_6 \quad (47,63)$$

c) tutti essenziali (ognuno copre un minimoale in esclusiva)

d) $f = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$

$\bar{c}=2$

$$x_5 \leq x_6 \leq x_1 = x_2 \leq x_3 \leq x_4$$

	x_1	x_2	$x_3 \leftarrow x_4$	x_5	x_6
m_0	0	0	0	0	0
m_4	0	0	0	1	0
m_{12}	0	0	1	1	0
m_{60}	1	1	1	1	0
m_{61}	1	1	1	1	1
m_{63}	1	1	1	1	1

$$P_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \quad (0,4)$$

$$P_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \quad (4,12)$$

$$P_3 = x_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 \quad (60,61)$$

$$P_4 = x_1 x_2 x_3 x_4 x_6 \quad (61,63)$$

c) tutti essenziali

d) $f = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$

$\bar{c}=3$

$$x_5 \geq x_6 \geq x_1 = x_2 \geq x_3 \geq x_4$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	$x_5 \rightarrow x_6$
m_0	0	0	0	0	0
m_2	0	0	0	0	1
m_3	0	0	0	0	1
m_{51}	1	1	0	0	1
m_{59}	1	1	1	0	1
m_{63}	1	1	1	1	1

$$P_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_6 \quad (0,2)$$

$$P_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 \quad (2,3)$$

$$P_3 = x_1 x_2 \bar{x}_4 x_5 x_6 \quad (51,59)$$

$$P_4 = x_1 x_2 x_3 x_5 x_6 \quad (59,63)$$

c) tutti essenziali

d) $f = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$

soluzione problema 5 - Compito 6/07/04 9/11

Gli stati del sistema devono ricordare le seguenti sequenze:

----- **10** q_0 : è arrivato il primo "0" utile
per costruire la sequenza corretta "000"

----- **01** q_1 : è arrivato il primo "1" utile per
costruire la sequenza corretta "111"

----- **00** q_2 : sono arrivati due "0" utili per
costruire la sequenza corretta "000"

----- **11** q_3 : sono arrivati due "1" utili per
costruire la sequenza corretta "111"

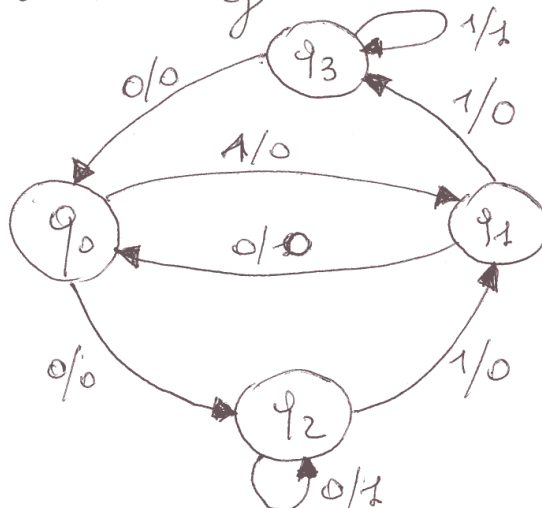
Ciò ci dice il fatto che le sequenze corrette sono

$h = 0, 3$

$j-2$	$j-1$	j
0	0	0
1	1	1

NB: per $h=3$ se è vero
 $\bar{x}(t) = \bar{x}(t-1) = \bar{x}(t-2)$ è
vero anche (meglio
le tre espressioni):
 $\bar{x}(t) = \bar{x}(t-1) = \bar{x}(t-2)$

a) il diagramma degli stati della SM è

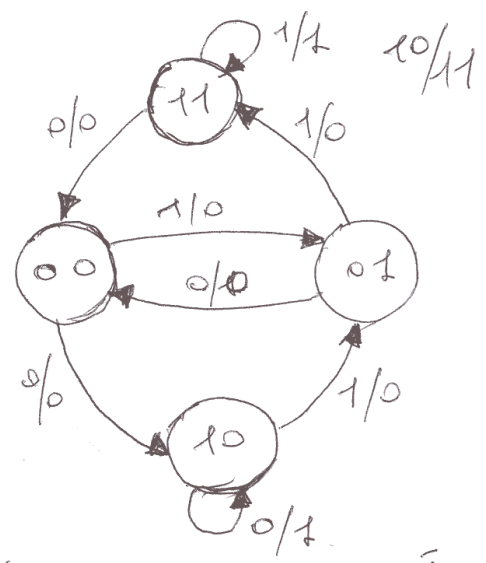


b) assegnazione degli stati

$q_0 = 00$ $q_1 = 01$ $q_2 = 10$ $q_3 = 11$ ($q_i = q_2 q_1$)

$h = 0, 3$

$y_2 y_1$	$x=0$			$x=1$		
	y_2	y_1	z	y_2	y_1	z
0 0	1	0	0	0	1	0
0 1	0	0	0	1	1	0
1 0	1	0	1	0	1	0
1 1	0	0	0	1	1	1



x	y_2	y_1	y_2	y_1	z	t_2	t_1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0

$t_2 = \overline{x} \oplus y_2 \oplus y_1$
($t_2 = 1$ se m^o bit è '1')

$y_2 y_1$	$x=0$	$x=1$
00	1	0
01	0	1
11	1	0
10	0	1

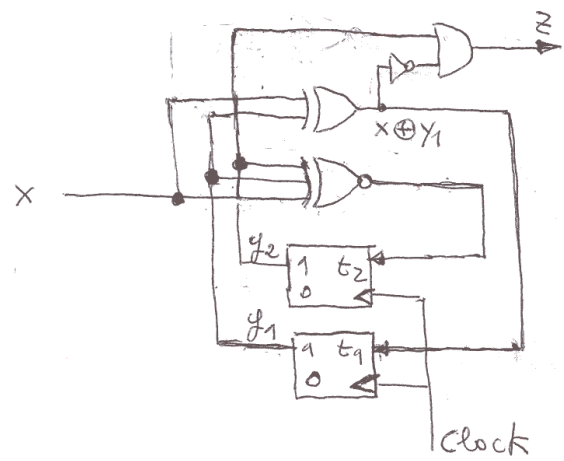
$t_1 = x \oplus y_1$

$y_2 y_1$	$x=0$	$x=1$
00	0	1
01	1	0
11	1	0
10	0	1

$z = y_2 \cdot (x y_1 + \overline{x} \overline{y}_1)$
 $= y_2 \cdot (x \oplus y_1)$

$y_2 y_1$	$x=0$	$x=1$
00	0	0
01	0	0
11	0	1
10	1	0

c)

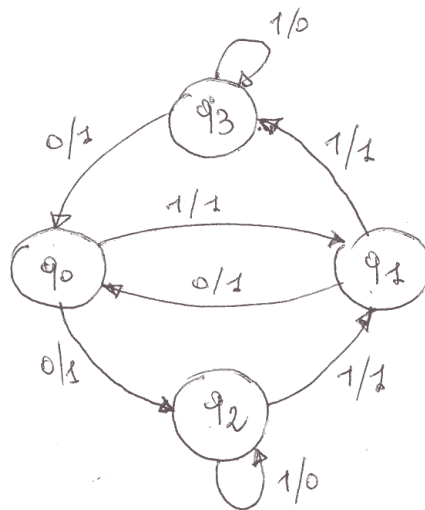


d) Per ogni sequenza corretta formata da $(n+1)$ bit la SM deve poter ricordare gli n bit precedenti. Deve quindi possedere uno stato che "ricordi" il primo bit corretto, uno che ricordi due bit corretti e così via. Deve quindi possedere n stati. Dato che in questo caso le sequenze corrette sono due (tutti zero o tutti uno) allora possedere $2 \cdot n$ stati.

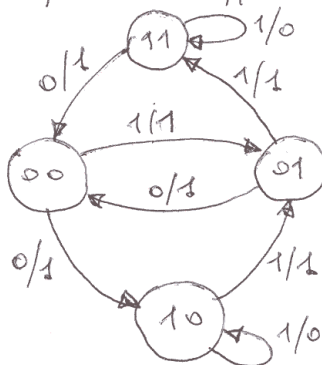
$h = 1, 2$

11/11

2)



b) $q_0 = 00$ $q_1 = 01$ $q_2 = 10$ $q_3 = 11$ ($q_i = y_2 y_1$)



	x=0			x=1		
$y_2 y_1$	y_2	y_1	z	y_2	y_1	z
0 0	1	0	1	0	1	1
0 1	0	0	1	1	1	1
1 0	1	0	0	0	1	1
1 1	0	0	1	1	1	0

x	y_2	y_1	y_2	y_1	z	t_2	t_1
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	0

$y_2 y_1$	0	1
0 0	1	
0 1		1
1 1	1	
1 0		1

$$t_2 = x \oplus y_2 \oplus y_1$$

($t_2 = 1$ se x e pari di y_1)

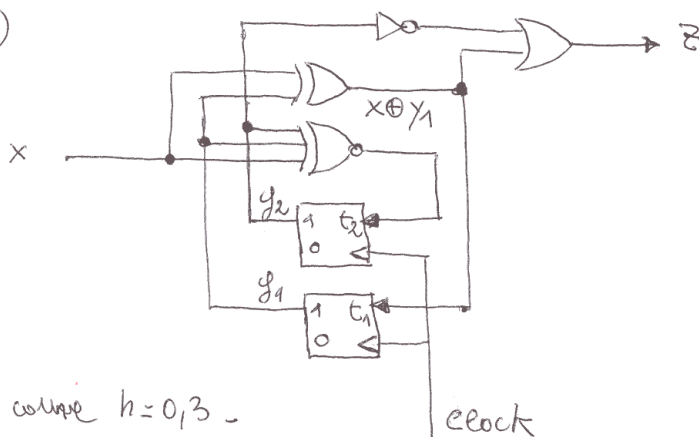
$y_2 y_1$	0	1
0 0		1
0 1	1	
1 1	1	
1 0		1

$$t_1 = x \oplus y_1$$

$y_2 y_1$	0	1
0 0	1	1
0 1	1	1
1 1	1	0
1 0	0	1

$$\begin{aligned}
 z &= (x + \bar{y}_2 + y_1)(\bar{x} + \bar{y}_2 + \bar{y}_1) \\
 &= \bar{y}_2 + (x + y_1)(\bar{x} + \bar{y}_1) \\
 &= \bar{y}_2 + (x \oplus y_1) \\
 &= y_2 \cdot x \oplus y_1 \quad (\text{usando negato caso } h=0,3)
 \end{aligned}$$

c)



d) valore $h=0,3$

clock