

Circuiti e Sistemi Logici - Compito — 10-7-2002

Scrivere Cognome e Nome in stampatello su ciascuno dei fogli.

Scrivere le 6 cifre della matricola: $m_6m_5m_4m_3m_2m_1$. Queste cifre saranno utilizzate nel seguito. Sul primo foglio, indicare il canale al quale siete iscritti: Padova1 (aula P3, matricola dispari), Padova2 (aula B, matricola che termina con 0, 2, 4, o 6), Distanza (Feltre, Rovigo, Treviso, Padova aula B matricola che termina con 8)

Problema 1. (10 punti)

Dimostrare che la relazione seguente è una identità.

$$xy + \bar{x}z = xy + yz + \bar{x}z$$

- con induzione perfetta rispetto ad y e z
- senza usare l'induzione perfetta

Problema 2. (10 punti)

Sia dato il seguente programma SEC. Nell'istruzione 0000 sia K la rappresentazione ottale del numero ottenuto dalla moltiplicazione $2 \times m_2 \times m_1$, ove m_2 ed m_1 sono le due cifre meno significative del numero di matricola. Alcune istruzioni fanno parte di un'ipotetica estensione del set di istruzioni standard del SEC. In particolare:

SHR,0,Y

carica il contenuto della cella di locazione Y, eseguendone shift verso destra, e scrive il risultato nell'accumulatore (Esempio di shift su 4 bit: 1011 — $\rightarrow$ 0101).

XOR,0,Y

esegue lo XOR bit a bit del contenuto dell'accumulatore con il contenuto della cella di locazione Y e scrive il risultato nell'accumulatore.

Descrivere sinteticamente scopo e funzionamento del programma e riportare (in rappresentazione binaria, ottale e decimale) il contenuto delle celle di memoria 1000 a 1001 al termine dell'esecuzione. Nel programma che segue, la prima colonna indica la locazione di memoria, la seconda la codifica ottale e la terza la codifica mnemonica di un'istruzione.

```
0000 100kkk ENT,0,K
0001 0201000 STA,0,1000
0002 0203000 STA,0,3000
0003 3003000 SHR,0,3000
0004 4003000 XOR,0,3000
0005 0201001 STA,0,1001
0006 0000000 HLT
```

Problema 3. (10 punti)

Si progetti un transcodificatore per la conversione di codice dal codice BCD al codice (2, 4, 2, 1)-BCD. Un codice (2, 4, 2, 1)-BCD utilizza la sequenza di bit $a_3a_2a_1a_0$ per rappresentare le cifre decimali N , $0 \leq N \leq 9$ come segue:

$$N = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0$$

con la convenzione che $a_3 = 0$ per $0 \leq N \leq 4$ e $a_3 = 1$ per $5 \leq N \leq 9$.

Si indichi con $b_3 b_2 b_1 b_0$ la sequenza di bit del codice BCD.

Problema 4. (10 punti)

Sia $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ una funzione che vale zero se $(x_4 x_3 x_2 x_1)_2$ è un multiplo dispari di tre e vale uno altrimenti.

- Scrivere la forma canonica POS per f , in termini delle variabili x_1, x_2, x_3, x_4 .
- Disegnare la mappa di Karnaugh per f .
- Trovare una forma normale SOP minima per f .

Problema 5. (10 punti)

Si voglia realizzare, mediante procedimento di sintesi (di reti sequenziali sincrone), il circuito avente le seguenti caratteristiche:

due ingressi x_2 ed x_1

un'uscita corrispondente allo stato corrente (perciò trascurabile nella sintesi)

L'evoluzione dello stato è definita come:

l'ingresso $x_2, x_1 = 0, 0$ non produce transizioni

l'ingresso $x_2, x_1 = 0, 1$ causa l'evoluzione dallo stato corrente allo stato futuro, con accoppiamenti nel seguito elencati
 corrente 10, futuro 00
 corrente 00, futuro 01
 corrente 01, futuro 01

similmente, l'ingresso $x_2, x_1 = 1, 0$ e' caratterizzato dalle seguenti coppie:

corrente 01, futuro 00
 corrente 00, futuro 10
 corrente 10, futuro 10

l'ingresso $x_2, x_1 = 1, 1$ non e' consentito

lo stato 11 non viene mai raggiunto

Progettare la rete mediante flip-flop di tipo D per la memorizzazione e realizzare la logica combinatoria mediante PLA 4x4x2.

Problema 6. (10 punti)

Sia $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ una funzione che è uguale a $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$ eccetto nei punti dove $(x_4 x_3 x_2 x_1)_2$ è un multiplo di cinque, nei quali vige una condizione di indifferenza.

- Si sintetizzi f col minimo numero di multiplexer 4-a-1 nell'ipotesi che nei punti di indifferenza la funzione f valga zero.
- Si sintetizzi f col minimo numero di multiplexer 4-a-1 scegliendo in maniera opportuna il valore di f nei punti di indifferenza.

Problema 1 (compito 10/07/02)

3/9

2)

x	y	z	$xy + \bar{x}z$	yz
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

yz implica $xy + \bar{x}z$ per cui eseguendo la funzione
OR tra le due si ottiene ancora $xy + \bar{x}z$

b)

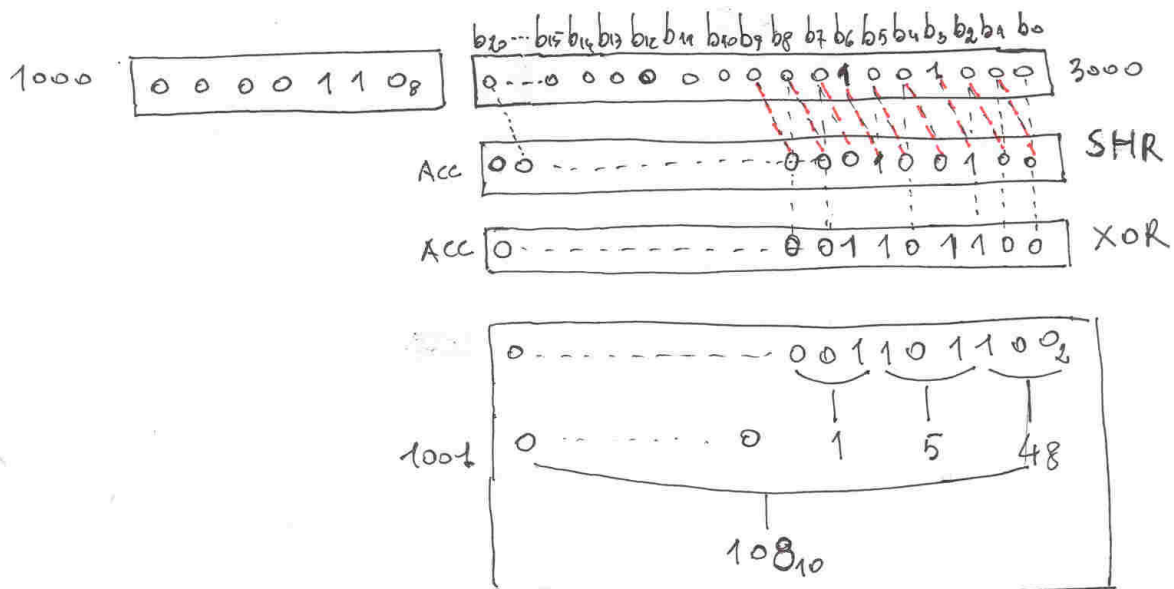
$$\begin{aligned}
 xy + yz + \bar{x}z &= xy + (x + \bar{x})yz + \bar{x}z = \\
 &= xy + xyz + \bar{x}yz + \bar{x}z = xy(1+z) + \bar{x}z(y+1) = \\
 &= xy + \bar{x}z \quad \text{c.v.d.}
 \end{aligned}$$

Problema 2 (compito 10/07/02)

4/9

posto $K = 2m_2m_1 = 72_{10} = 110_8 = 001001000_2$

- 0 ENT 0110 ; INIZIALIZZA ACCUMULATOR
- 1 STA 1000 ; MEMORIA A INDIRIZZI 1000₈
- 2 STA 3000 ; E 3000₈ CON VALORE DI K
- 3 SHR 3000 ; IN ACCUMULATOR K/2
- 4 XOR 3000 ; IN ACCUMULATOR $g_i = b_i \oplus b_{i+1}$
- 5 STA 1001 ; MEMORIA A 1001₈ CODICE GRAY
- 6 HLT



Trasformazione ottale - decimale

$$a_2 a_1 a_0 = 154_8$$

$$S_2 = a_2 = 1$$

$$S_1 = a_1 + 8S_2 = 5 + 8 \cdot 1 = 13$$

$$S_0 = a_0 + 8S_1 = 4 + 8 \cdot 13 = 108_{10}$$

Problema 3 Completato 10/07/02

5/9

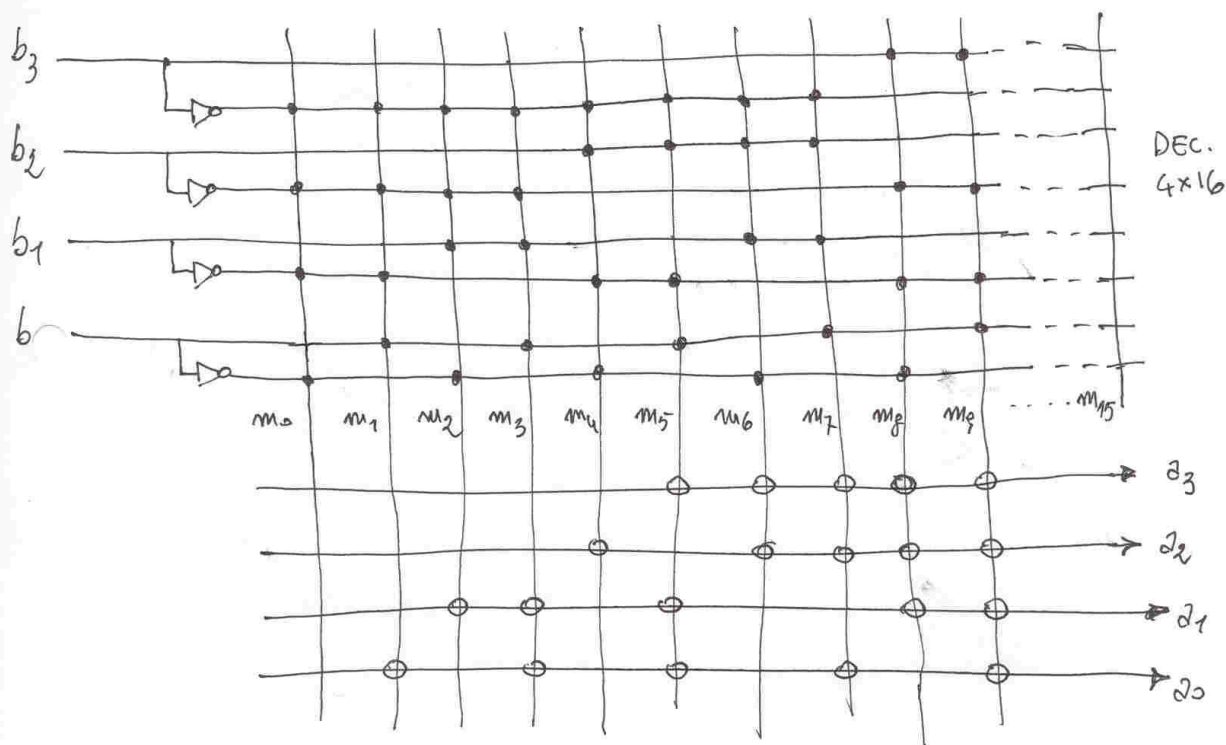
(8 4 2 1)
 $b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0$

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1

(2 4 2 1)
 $a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0$

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

(Codice Aiken 2421)



Se fosse stato richiesto il progetto con PLA si sarebbe seguito il seguente procedimento

(segue Problema 3 Compito 10/07/02)

6/9

$b_2 \bar{b}_1 b_0$ *

$b_3 b_2$	$b_1 b_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	1
01	0	1	0	0	1
11	0	1	0	0	0
10	0	1	0	0	0

$b_3 b_2$	$b_1 b_0$	00	01	11	10
00	0	1	0	0	1
01	0	0	0	0	1
11	0	1	0	0	0
10	0	1	0	0	0

$a_3 = b_3 + b_2 b_1 + b_2 \bar{b}_1 b_0$

$b_3 b_2$	$b_1 b_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	1
01	0	1	0	0	1
11	1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0

$a_2 = b_3 + b_2 b_1 + b_2 \bar{b}_1 b_0$

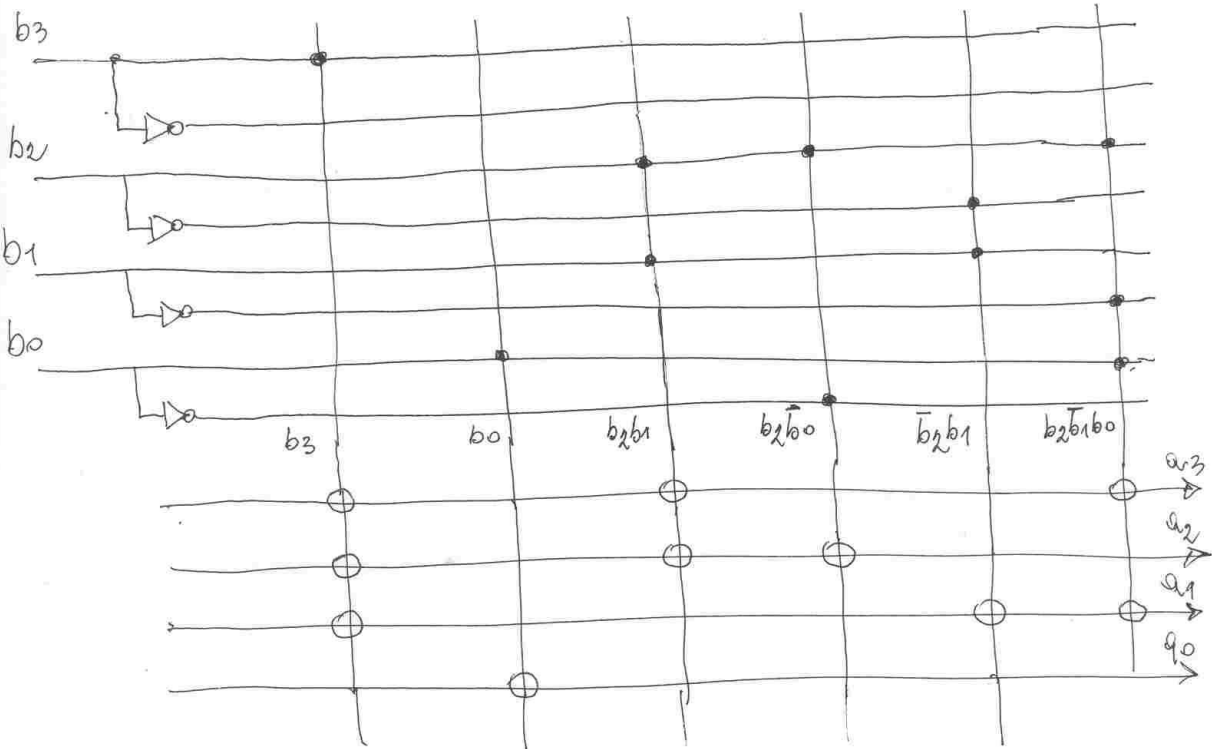
$b_3 b_2$	$b_1 b_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	1	1	0	0	1
11	1	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0

$a_1 = b_3 + b_2 b_1 + b_2 \bar{b}_1 b_0$

$a_0 = b_0$

* non è massimale. Per rendere minimo il numero di prodotti è conveniente questa minimizzazione dato che il prodotto che ne risulta è contenuto anche nella funzione di a_1 . Serve una PLA che abbia i seguenti prodotti:

b_3 ; b_0 ; $b_2 b_1$; $b_2 \bar{b}_1 b_0$; $b_2 \bar{b}_1 b_0$ (6 rispetto ai 16 della ROM)



Problema 4 Computo 10/07/02

7/11

x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

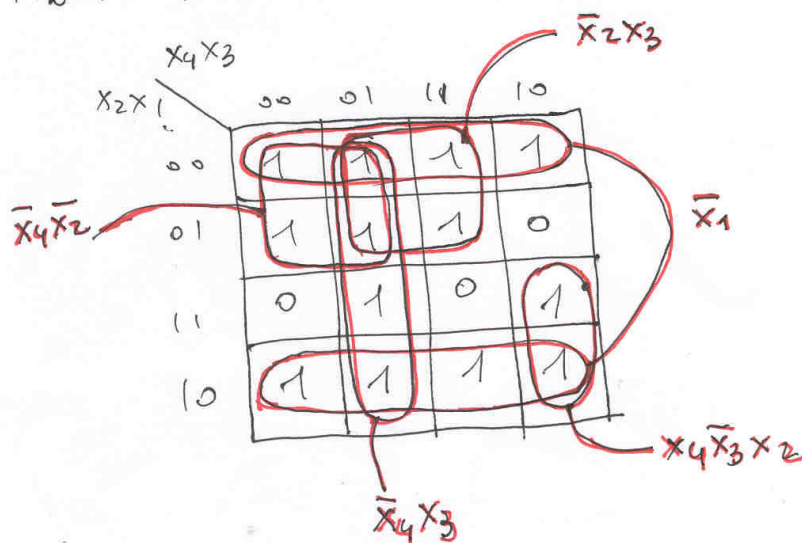
a)

$$f = \text{OR}(M_3, M_9, M_{15}) =$$

$$= (x_4 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)(\bar{x}_4 + x_3 + x_2 + \bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_1)$$

c) $f = \bar{x}_4 \bar{x}_2 + x_4 \bar{x}_3 x_2 + \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_4 x_3$

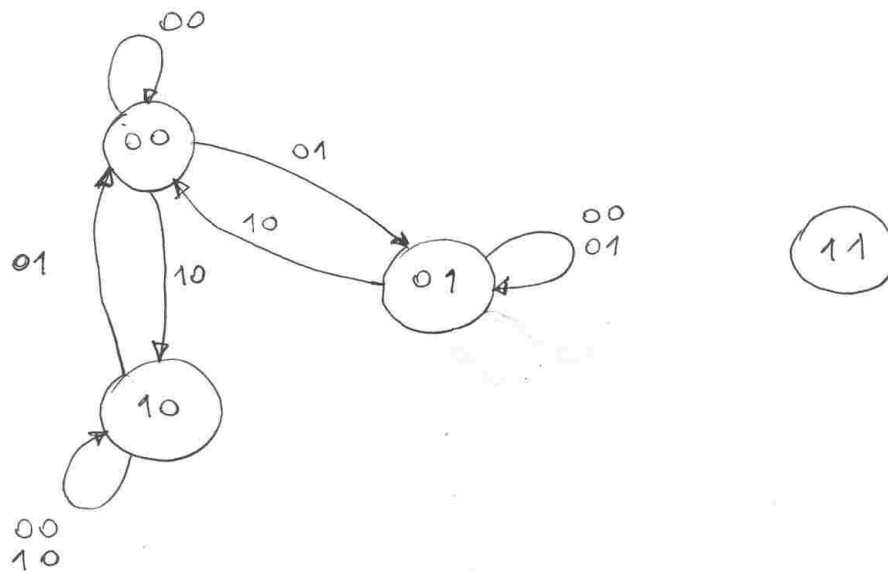
b)



Problema 5 (Compito 10/07/02)

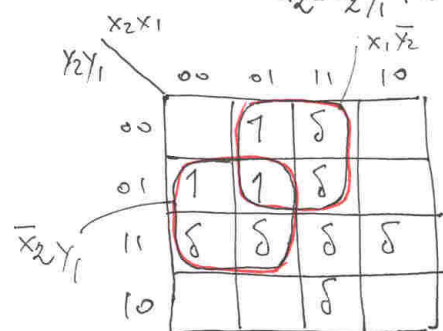
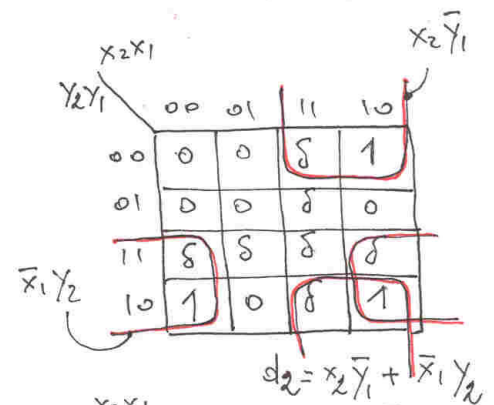
8/9

1)



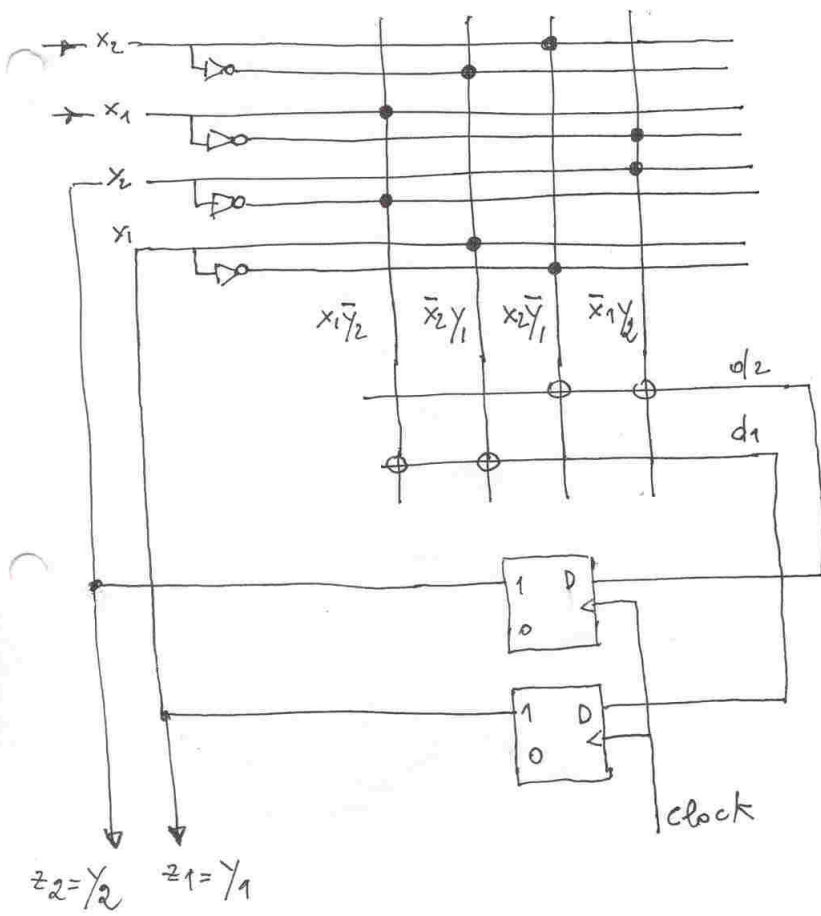
2)

x_2	x_1	y_2	y_1	y_2	y_1	d_2	d_1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1



(segue Problema 5 comp. to 10/07/02)

9/9



Problema 6 (Compito 10/07/02)

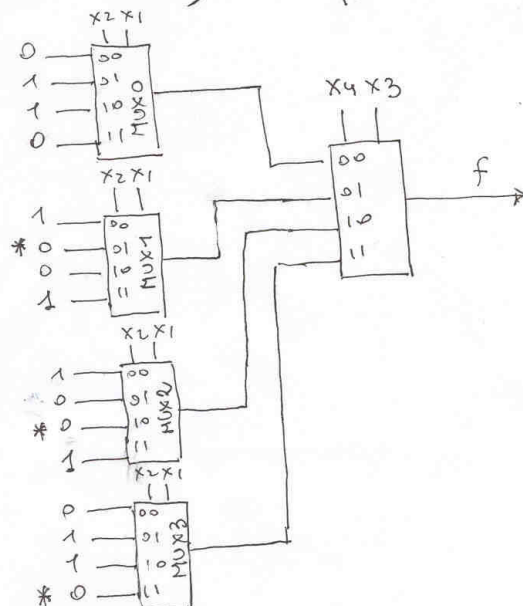
10/11

x_4	x_3	x_2	x_1	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Soluzione: Si usano x_4, x_3 per partizionare i valori di f in 4 gruppi da 4 valori

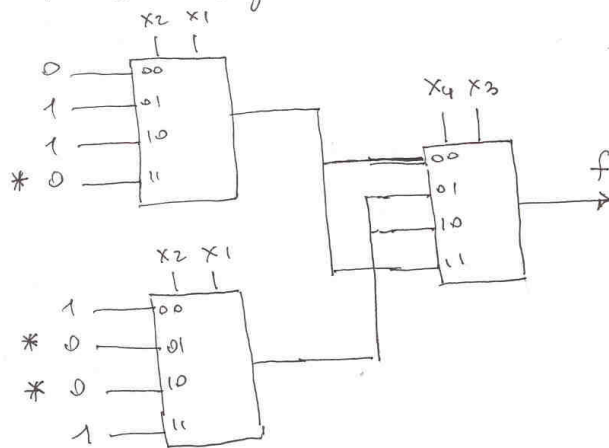
$$f = (0 \cdot \bar{x}_2 \bar{x}_1 + 1 \cdot \bar{x}_2 x_1 + 1 \cdot x_2 \bar{x}_1 + 0 \cdot x_2 x_1) \bar{x}_4 \bar{x}_3 + (1 \cdot \bar{x}_2 \bar{x}_1 + 0 \cdot \bar{x}_2 x_1 + 0 \cdot x_2 \bar{x}_1 + 1 \cdot x_2 x_1) \bar{x}_4 x_3 + (1 \cdot \bar{x}_2 \bar{x}_1 + 0 \cdot \bar{x}_2 x_1 + 0 \cdot x_2 \bar{x}_1 + 1 \cdot x_2 x_1) x_4 \bar{x}_3 + (0 \cdot \bar{x}_2 \bar{x}_1 + 1 \cdot \bar{x}_2 x_1 + 1 \cdot x_2 \bar{x}_1 + 0 \cdot x_2 x_1) x_4 x_3$$

NB. * : $\delta = 0$



11/11

Appare evidente che MUX0 e MUX3, per un dato valore di $x_2 x_1$ danno la stessa uscita - Analogamente per MUX1 e MUX2 per cui si ottiene la seguente riduzione di MUX



b) Del primo schema della soluzione 2) non appare una scelta migliore dei 5 finalizzati a ridurre i MUX. Scegliendo una selezione diversa per $x_4 x_3$, per il MUX di secondo livello, si hanno le seguenti distribuzioni, in 4 gruppi che 4 valori; per i valori di ingresso dei 4 MUX di primo livello

$x_4 x_2 = 00$	$x_4 x_2 = 01$	$x_4 x_2 = 10$	$x_4 x_2 = 11$	$x_3 x_2 = 00$	$x_3 x_2 = 01$	$x_3 x_2 = 10$	$x_3 x_2 = 11$	$x_3 x_1 = 00$	$x_3 x_1 = 01$	$x_3 x_1 = 10$	$x_3 x_1 = 11$	$x_2 x_1 = 00$	$x_2 x_1 = 01$	$x_2 x_1 = 10$	$x_2 x_1 = 11$
f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Per tutti i casi non appare la possibilità di ridurre il numero di tre MUX utilizzati nella soluzione precedente.