

1/12

Circuiti e Sistemi Logici - Compito — 22-6-2004

Problema 1. (1 punto) (a) Intestare il foglio protocollo utilizzato come primo foglio e contenitore delle soluzioni con dati e tabella voti secondo il seguente formato:

Matricola		COGNOME e Nome	
Docente		Sede	

Problema	1	2	3	4	5	6
Voto						

(b) Scrivere Cognome, Nome e Matricola su tutti i fogli consegnati.

N.B. Le 6 cifre della **matricola**: $m_6 m_5 m_4 m_3 m_2 m_1$ saranno utilizzate nel testo dei problemi.

Problema 2. (11 punti)

Si valuti $i = (m_4 + m_3 + m_2) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Si consideri la funzione di commutazione definita al seguente punto i (si intende che $0 < i$):

- $i=0$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 1$ se e solo se $x_3 \leq x_4 \leq x_5 \leq x_6 \leq x_1 \leq x_2$;
- $i=1$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 1$ se e solo se $x_3 \geq x_4 \geq x_5 \geq x_6 \geq x_1 \geq x_2$;
- $i=2$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 1$ se e solo se $x_5 \leq x_6 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$;
- $i=3$: $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 1$ se e solo se $x_5 \geq x_6 \geq x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq x_4$.

(a) Scrivere i mintermini. Si ragioni sulla struttura della funzione, senza compilare la tabella di verità.

(b) Ottenere gli implicanti primi col metodo di Quine McCluskey.

(c) Scrivere gli implicanti essenziali.

(d) Ottenere una espressione SoP minima col metodo di Quine McCluskey.

Problema 3. (8 punti)

Si valuti $k = (m_5 - m_4 + m_2) \bmod 4$ e si scriva il risultato.

Sia dato un multiplexer 4-a-1 con ingressi 'SELECT' s_1 ed s_0 , con ingressi 'DATA' a_0, a_1, a_2, a_3 (rispettivamente corrispondenti a $s_1 s_0 = 00, 01, 10, 11$) e con uscita w . Tale uscita w alimenta direttamente l'ingresso di un flip-flop, di tipo specificato in seguito, che a sua volta produce in uscita i segnali y ed $\bar{y}$. Si aggiungano i collegamenti necessari affinché la rete risultante realizzi la stessa funzione di un flip-flop JK la cui uscita coincida con y , nelle ipotesi enunciate al seguente punto k :

- $k=0$: $s_1 = j, s_0 = k$, flip-flop D;
- $k=1$: $s_1 = j, s_0 = k$, flip-flop T;
- $k=2$: $s_1 = k, s_0 = j$, flip-flop D;
- $k=3$: $s_1 = k, s_0 = j$, flip-flop T.

2/12

Problema 4. (14 punti)

Si valuti $h = (m_4 * m_3 + m_2) \mod 4$ e si scriva il risultato.

Progettare una rete sequenziale sincrona con un ingresso x ed una uscita z che soddisfi la specifica data al seguente punto h :

- $h=0$: $z^{(j)}=1$ se e solo se $x^{(j)}=x^{(j-2)} \oplus x^{(j-1)}$;
- $h=1$: $z^{(j)}=0$ se e solo se $x^{(j)}=x^{(j-2)} \oplus x^{(j-1)}$;
- $h=2$: $z^{(j)}=0$ se e solo se $x^{(j)}=\bar{x}^{(j-2)} \oplus x^{(j-1)}$;
- $h=3$: $z^{(j)}=1$ se e solo se $x^{(j)}=\bar{x}^{(j-2)} \oplus x^{(j-1)}$.

(a) Determinare il diagramma di stato della macchina sequenziale.

(b) Procedere ad una assegnazione sensata degli stati, che minimizzi anche il numero di flip-flop.

(c) Scrivere le funzioni booleane della rete sequenziale, realizzando la parte di memorizzazione mediante flip-flop di tipo T.

(d) Disegnare la rete sequenziale risultante, avente parte combinatoria realizzata mediante logica discreta.

Problema 5. (11 punti)

Si valuti $j = (m_5 + m_3 - m_1) \mod 4$ e si scriva il risultato.

Il codice *due-su-cinque* codifica ciascuna delle cifre 0,1,...,9 con una stringa di 5 bit $x_1x_2x_3x_4x_5$ che contiene esattamente due bit uguali ad 1. (Le stringhe di 5 bit di cui 2 uguali ad 1 sono 10.)

Sia $f(x_1x_2x_3x_4x_5)$ la funzione che vale 1 se e solo se $x_1x_2x_3x_4x_5$ è il codice due-su-cinque di una cifra. Siano definite inoltre le funzioni g dalla seguente relazione:

$$f(x_1x_2x_3x_4x_5) = \bar{x}_4\bar{x}_5g_0(x_1x_2x_3) + x_4\bar{x}_5g_1(x_1x_2x_3) + \bar{x}_4x_5g_2(x_1x_2x_3) + x_4x_5g_3(x_1x_2x_3).$$

(a) Scrivere la tabella di verità delle funzioni listate al punto j :

$$j=0: g_0 \text{ e } \bar{g}_3; \quad j=1: \bar{g}_1 \text{ e } g_3; \quad j=2: \bar{g}_0 \text{ e } g_2; \quad j=3: g_3 \text{ e } \bar{g}_2.$$

(b) Quanti mintermini ha la funzione al seguente punto j ? Giustificare la risposta.

- $j=0: f(\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5); \quad j=1: f(x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5);$
- $j=2: f(x_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5); \quad j=3: f(\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4x_5).$

(c) Quanti maxtermini ha la funzione al precedente punto 3- j ? Giustificare la risposta.

Problema 6. (11 punti)

Per $i=5,4,3,2,1$, sia $a_i = 2 + (m_i \mod 6)$. Si scriva il numero ottale $A = (00a_5a_4a_3a_2a_1)_8$.

Si sviluppi un programma SEC che produca il numero A nel registro accumulatore articolando la soluzione nelle due fasi sotto specificate. (Si ricorda che la parola del computer SEC contiene 21 bit e che, in una istruzione, il campo operando è di 12 bit. Tutte le celle di memoria eccetto quelle dove viene caricato il programma contengono inizialmente $(0000000)_8$.)

(a) Descrivere concisamente (non più di 6-8 righe) la strategia seguita dal vostro programma. (Descrizioni prolisse saranno ignorate o penalizzate).

(b) Scrivere il programma SEC utilizzando i codici operativi mnemonici.

$i=0$ Le combinazioni che soddisfanno sono la condizione $x_3 \leq x_4 \leq x_5 \leq x_6 \leq x_1 \leq x_2$

a)

	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1
m_0	0	0	0	0	0	0
m_2	0	0	0	0	1	0
m_3	0	0	0	0	1	1
m_{35}	1	0	0	0	1	1
m_{51}	1	1	0	0	1	1
m_{59}	1	1	1	0	1	1
m_{63}	1	1	1	1	1	1

Se una cifra vale 1 la condizione impone che anche le cifre precedenti valgano 1. Con $x_6 = 1$ deve essere 1 sia x_1 che x_2 .

b)

	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	
m_0	0	0	0	0	0	0	P_1
m_2	0	0	0	0	1	0	P_2
m_3	0	0	0	0	1	1	P_3
m_{35}	1	0	0	0	1	1	P_4
m_{51}	1	1	0	0	1	1	P_5
m_{59}	1	1	1	0	1	1	
m_{63}	1	1	1	1	1	1	P_6

implicanti primi

$$P_1 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$P_2 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$P_3 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 \bar{x}_4 x_3 x_2 x_1$$

$$P_4 = x_6 \bar{x}_5 \bar{x}_4 x_3 x_2 x_1$$

$$P_5 = x_6 x_5 \bar{x}_4 x_3 x_2 x_1$$

$$P_6 = x_6 x_5 x_4 x_3 x_2 x_1$$

c) Metodo tabellare per ottenere gli implicanti essenziali

	m_0	m_2	m_3	m_{35}	m_{51}	m_{59}	m_{63}
* P_1	x	x					
P_2		x	x				
P_3			x	x			
P_4				x	x		
P_5					x	x	
* P_6						x	x

Essenziali
 P_1 e P_6

d) dalla tabella, eliminando la riga P_2 dominata da P_3 e la riga P_5 dominata da P_4 si ottiene la forma

$$\text{Sop minima } f = P_1 + P_3 + P_4 + P_6$$

La soluzione completa, applicata tabella ridotta nella quale si cerca la copertura migliore di m_3, m_{35}, m_{51} e m_{59} con la soluzione tabellare

$$C_3 = P_2 + P_3 \quad C_{35} = P_3 + P_4 \quad C_{51} = P_4 + P_5$$

$$\Phi = (P_2 + P_3)(P_3 + P_4)(P_4 + P_5) = (P_3 + P_2 P_4)(P_4 + P_5) = P_3 P_4 + P_3 P_5 + P_2 P_4 + P_2 P_4 P_5$$

Le soluzioni minime sono altre a quella tabellare $(P_3 + P_4)$ anche $P_3 + P_5$ e $P_2 + P_4$.

$i = 1$

$$x_3 \geq x_4 \geq x_5 \geq x_6 \geq x_1 \geq x_2$$

4/12

2)

	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1
m_0	0	0	0	0	0	0
m_4	0	0	0	1	0	0
m_{12}	0	0	1	1	0	0
m_{48}	0	1	1	1	0	0
m_{60}	1	1	1	1	0	0
m_{61}	1	1	1	1	0	1
m_{63}	1	1	1	1	1	1

b)

m_0	000000	✓	$\overline{000-00} (0,4) \rightarrow P_1 = \overline{x_6} \overline{x_5} \overline{x_4} \overline{x_2} \overline{x_1}$
m_4	000100	✓	$\overline{00-100} (4,12) \rightarrow P_2 = \overline{x_6} \overline{x_5} x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}$
m_{12}	001100	✓	$\overline{0-1100} (12,48) \rightarrow P_3 = \overline{x_6} x_4 x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}$
m_{48}	011100	✓	$\overline{-11100} (48,60) \rightarrow P_4 = x_5 x_4 x_3 \overline{x_2} \overline{x_1}$
m_{60}	111100	✓	$\overline{-11100} (48,60) \rightarrow P_5 = x_6 x_5 x_4 x_3 \overline{x_2}$
m_{61}	111101	✓	$\overline{11110-} (60,61) \rightarrow P_6 = x_6 x_5 x_4 x_3 x_1$
m_{63}	111111		$\overline{1111-1} (61,63)$

c)

	m_0	m_4	m_{12}	m_{48}	m_{60}	m_{61}	m_{63}
* P_1	×	×					
P_2		×	×				
P_3			×	×			
P_4				×	×		
P_5					×	×	
* P_6						×	×

eliminare righe dominate P_2 da P_3 P_5 da P_4 $f = P_1 + P_3 + P_4 + P_6$

$$C_{12} = P_2 + P_3 \quad C_{48} = P_3 + P_4 \quad C_{60} = P_4 + P_5$$

$$\phi = (P_2 + P_3)(P_3 + P_4)(P_4 + P_5) = (P_3 + P_2 P_4)(P_4 + P_5) =$$

$$= \overline{P_3 P_4} + \overline{P_3 P_5} + \overline{P_2 P_4} + P_2 P_4 P_5$$

$h=2$

$x_5 \leq x_6 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$

5/12

a)

	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1
m_0	0	0	0	0	0	0
m_8	0	0	1	0	0	0
m_{12}	0	0	1	1	0	0
m_{14}	0	0	1	1	1	0
m_{15}	0	0	1	1	1	1
m_{47}	1	0	1	1	1	1
m_{63}	1	1	1	1	1	1

b)

m_0	000000	V	00-000 (0,8)	$P_1 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$
m_8	001000	V	001-00 (8,12)	$P_2 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1$
m_{12}	001100	V	0011-0 (12,14)	$P_3 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 x_4 x_3 \bar{x}_1$
m_{14}	001110	V	00111- (14,15)	$P_4 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 x_4 x_3 x_2$
m_{15}	001111	V	-01111 (15,47)	$P_5 = \bar{x}_5 x_4 x_3 x_2 x_1$
m_{47}	101111	V	1-1111 (47,63)	$P_6 = x_6 x_4 x_3 x_2 x_1$
m_{63}	111111	V		

c)

	m_0	m_8	m_{12}	m_{14}	m_{15}	m_{47}	m_{63}
* P_1	*	*					
P_2		x	x				
P_3			x	x			
P_4				x	x		
P_5					x	*	
* P_6						*	*

eliminate P_2 e P_5 $f = P_1 + P_3 + P_4 + P_6$

$$\bar{c} = 3$$

$$x_5 \geq x_6 \geq x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq x_4$$

6/12

2)

	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1
m_0	0	0	0	0	0	0
m_{16}	0	1	0	0	0	0
m_{48}	1	1	0	0	0	0
m_{49}	1	1	0	0	0	1
m_{51}	1	1	0	0	1	1
m_{55}	1	1	0	1	1	1
m_{63}	1	1	1	1	1	1

b)

m_0	000000	✓	0-0000 (0,16)	$\rightarrow P_1 = \bar{x}_6 \bar{x}_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$
m_{16}	010000	✓	-10000 (16,64)	$\rightarrow P_2 = x_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$
m_{48}	110000	✓	110000 (48,63)	$\rightarrow P_3 = x_6 x_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_2$
m_{49}	110001	✓	1100-1 (49,51)	$\rightarrow P_4 = x_6 x_5 \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1$
m_{51}	110011	✓	110-11 (51,55)	$\rightarrow P_5 = x_6 x_5 \bar{x}_4 x_2 x_1$
m_{55}	110111	✓	11-111 (55,63)	$\rightarrow P_6 = x_6 x_5 x_3 x_2 x_1$
m_{63}	111111			

c)

	m_0	m_{16}	m_{48}	m_{49}	m_{51}	m_{55}	m_{63}
P_1	*	*					
P_2		x	x				
P_3			x	x			
P_4				x	x		
P_5					x	x	
P_6						x	*

eliminate P_2 e P_5 $f = P_1 + P_3 + P_4 + P_6$

Soluzione problema 3 Compito 22/6/2004 7/12

Si può tracciare la seguente tabella delle transizioni dello stato

$$s_1 = j \quad s_0 = k$$

s_1	s_0	y	Y	d	t
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

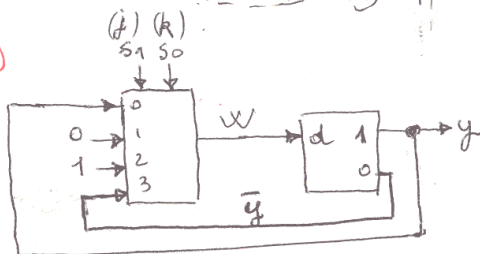
$$d = y \quad t = 0$$

$$d = 0 \quad t = y$$

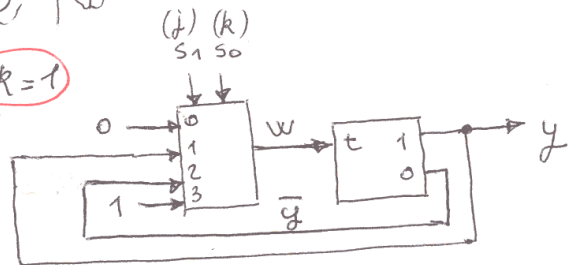
$$d = 1 \quad t = \bar{y}$$

$$d = \bar{y} \quad t = 1$$

$k=0$



$k=1$



$$s_1 = k \quad s_0 = j$$

s_1	s_0	y	Y	d	t
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

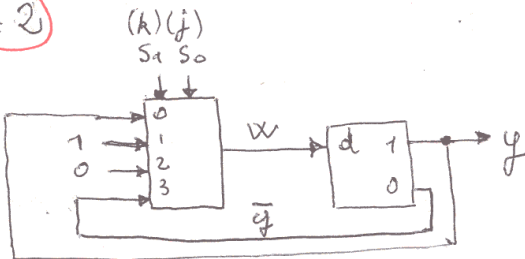
$$d = y \quad t = 0$$

$$d = 1 \quad t = \bar{y}$$

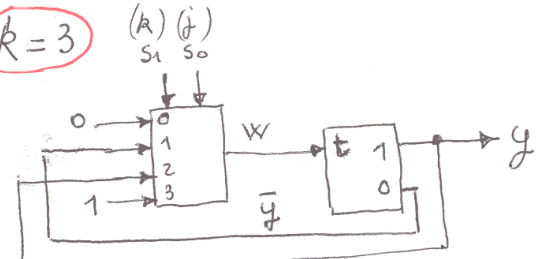
$$d = 0 \quad t = y$$

$$d = \bar{y} \quad t = 1$$

$k=2$



$k=3$



Soluzione problema 4 Compito 22/06/2004

8/12

$h=0$

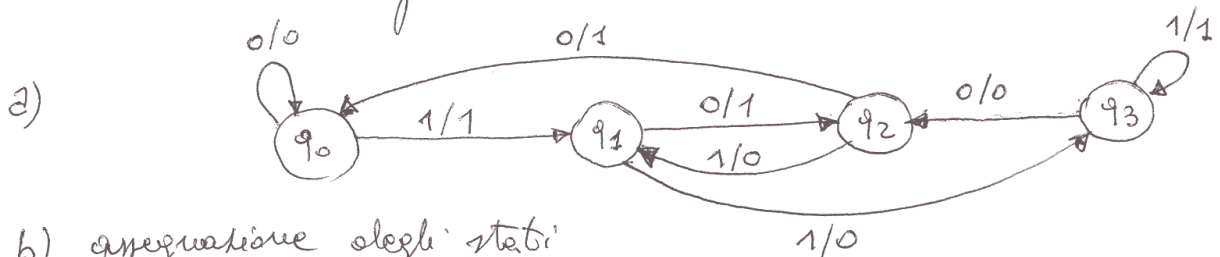
gli stati del sistema devono risolvere le seguenti sequenze

$x^{j-2} x^{j-1}$	
00	q_0
01	q_1
10	q_2
11	q_3

le sequenze corrette sono

$j-2$	$j-1$	j	
0	0	1	$(0 \oplus \bar{0} = 1)$
0	1	0	$(0 \oplus \bar{1} = 0)$
1	0	0	$(1 \oplus \bar{0} = 0)$
1	1	1	$(1 \oplus \bar{1} = 1)$

da cui il diagramma di stato della SM



b) assegnazione degli stati

$$q_0 = 00, q_1 = 01, q_2 = 10, q_3 = 11 \quad (q_i = y_2 y_1)$$

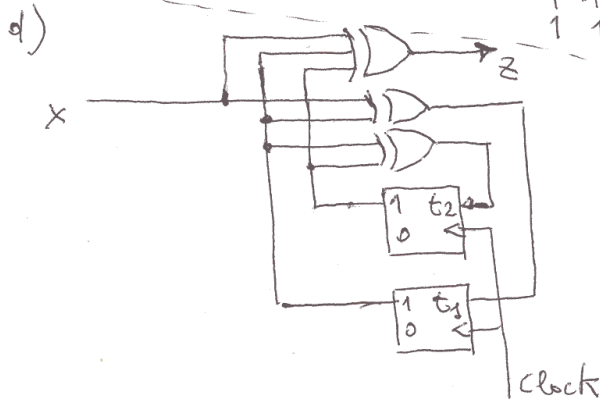
c)

$y_2 y_1$	$x=0$			$x=1$		
	y_2	y_1	z	y_2	y_1	z
00	0	0	0	0	1	1
01	1	0	1	1	1	0
10	0	0	1	0	1	0
11	1	0	0	1	1	1

x	y_2	y_1	$y_2 y_1$	$Y_2 Y_1$	z	$t_2 t_1$
0	0	0	00	00	0	00
0	0	1	01	10	1	11
0	1	0	10	00	1	10
0	1	1	11	10	0	01
1	0	0	00	01	1	01
1	0	1	01	11	0	10
1	1	0	10	01	0	11
1	1	1	11	11	1	00

$z = x \oplus y_2 \oplus y_1$

$y_2 y_1$	x	z
00	0	1
01	1	0
11	0	1
10	1	0



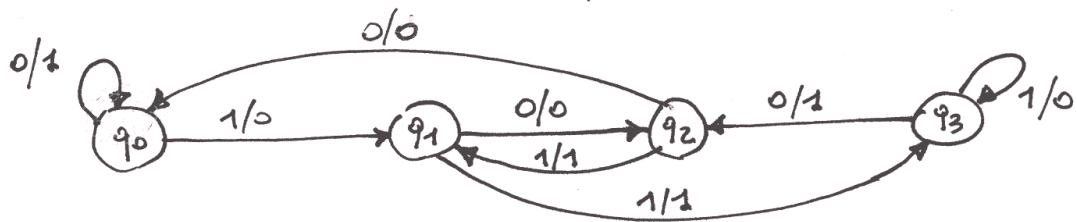
$t_2 = y_2 \oplus y_1$

$y_2 y_1$	x	t_2
00	0	0
01	1	1
11	0	1
10	1	0

$t_1 = x \oplus y_1$

$y_2 y_1$	x	t_1
00	0	0
01	1	1
11	1	0
10	0	1

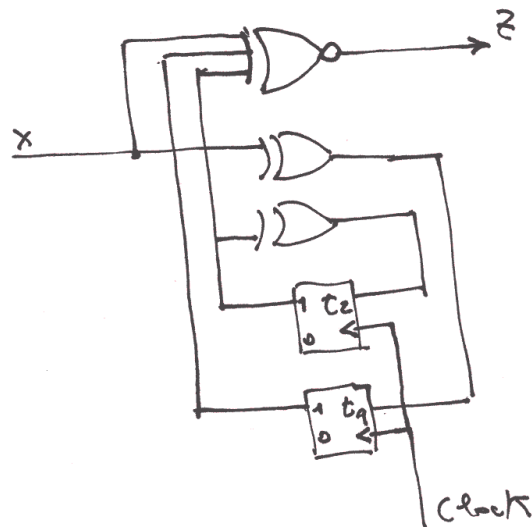
$h=1$ a) stati e sequenze corrette come $h=0$ ^{9/12}



b) c) come per $h=0$ solo con uscita negata

		x	
		0	1
y ₂ y ₁	00	1	0
	01	0	1
	11	1	0
	10	0	1

$z = x \oplus y_2 \oplus y_1$



10/12

$h=2$

a) stessi stati di $h=1$

stesse sequenze corrette

0	0	1	$(\bar{0} \oplus 0 = 1)$
0	1	0	$(\bar{0} \oplus 1 = 0)$
1	0	0	$(\bar{1} \oplus 0 = 0)$
1	1	1	$(\bar{1} \oplus 1 = 1)$

b) c) stesso diagramma degli stati di $h=1$ - stessa rete

$h=3$ a) b) c) d) come $h=0$

Soluzione problema 5 Compito 22/06/2004

11/12

Le dieci combinazioni possono essere riportate in funzione di x_4, x_5 nel seguente modo

	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	f	
$\bar{x}_5 \bar{x}_4 = 1$	0	0	0	1	1	1	generano mintermini di $\mathcal{G}_0$
	0	0	1	0	1	1	
	0	0	1	1	0	1	
$\bar{x}_5 x_4 = 1$	0	1	0	0	1	1	generano mintermini di $\mathcal{G}_1$
	0	1	0	1	0	1	
	0	1	1	0	0	1	
$x_5 \bar{x}_4 = 1$	1	0	0	0	1	1	generano mintermini di $\mathcal{G}_2$
	1	0	0	1	0	1	
	1	0	1	0	0	1	
$x_5 x_4 = 1$	1	1	0	0	0	1	generano mintermini di $\mathcal{G}_3$
	1	1	0	0	0	0	
Le rimanenti 22 combinazioni						0	

$j=0$

x_3	x_2	x_1	$\mathcal{G}_0$	$\mathcal{G}_1$	$\mathcal{G}_2$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1

$j=1$

x_3	x_2	x_1	$\mathcal{G}_1$	$\mathcal{G}_2$	$\mathcal{G}_3$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

$j=2$

x_3	x_2	x_1	$\mathcal{G}_0$	$\mathcal{G}_1$	$\mathcal{G}_2$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0

$j=3$

x_3	x_2	x_1	$\mathcal{G}_3$	$\mathcal{G}_2$	$\mathcal{G}_1$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

b) c) la funzione f ha 10 mintermini e 22 maxtermine in quanto se 10100 genera un mintermine per $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, 00000 genera un mintermine per $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5)$. Analogamente se 10000 genera un maxtermine per $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, 00100 lo genera per $f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, x_4, x_5)$

- 2) L'istruzione ENT consente di inserire in accumulatore un massimo di 4 cifre ottali (12 bit: $000a_4a_3a_2a_1$)
 Per inserire la cifra 05 in quinta posizione si può inserire in accumulatore il numero

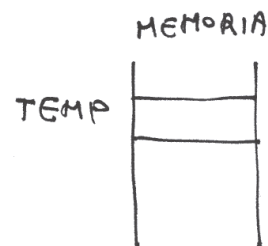
$000a_5000_8$
 e successivamente moltiplicarlo per 8

$00a_5000_8 = 2 * (2 * (2 * 000a_5000_8))$
 ha somma con il valore $000a_4a_3a_2a_1$ (non esadecimali riparti) o meglio la funzione OR

$(00a_5a_4a_3a_2a_1)_8 = (00a_50000)_8 \text{ OR } (000a_4a_3a_2a_1)_8$
 fornisce il risultato -

b)

0000 ENT	a_5000	
0001 STA	TEMP	
0002 ADD	TEMP	
0003 STA	TEMP	; $2 * 000a_5000$
0004 ADD	TEMP	
0005 STA	TEMP	; $2 * (2 * 000a_5000)$
0006 ADD	TEMP	
0007 STA	TEMP	; $2 * (2 * (2 * 000a_5000)) = 00a_50000$
0010 ENT	$a_4a_3a_2a_1$	
0011 OR	TEMP	
0012 HLT		
0013 000000		; locazione di indirizzo TEMP = 0013g



Si lascia al lettore la stesura del codice definitivo, rimuovendo il simbolo TEMP.

0000 ENT, 0, a_5000
 0001 STA, 0, 0013
 ...
 ...