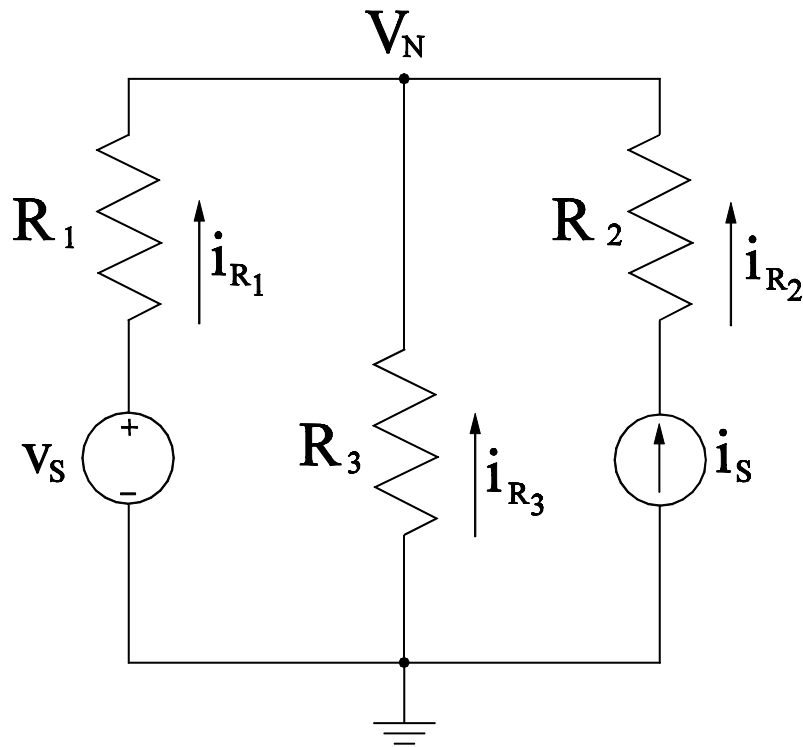


Esercizio 1

Risolvere il circuito di figura (determinare i_{R1} , i_{R2} , i_{R3} , V_N).
DATI $R_1=1\text{ k}\Omega$, $R_2=2\text{ k}\Omega$, $R_3=3\text{ k}\Omega$, $v_S=10\text{ V}$, $i_S=5\text{ mA}$.



Risolvere il circuito utilizzando diverse metodologie

- 1) Principi di Kirchhoff
- 2) Sovrapposizione degli effetti
- 3) Generatore equivalente di Thèvenin
- 4) Generatore equivalente di Norton.

Soluzione

1 - Principi di Kirchhoff

La rete lineare è formata da tre rami attraversati dalle tre correnti incognite.

Si può scrivere il seguente sistema di tre equazioni:

$$\begin{cases} i_{R2} = i_S \\ i_{R1} + i_{R2} + i_{R3} = 0 \\ -v_S + R_1 i_{R1} - R_3 i_{R3} = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1^\circ \text{ Kirc. al nodo } V_N \\ 2^\circ \text{ Kirc. alla maglia 1-3} \end{array}$$

Risolvendo

$$\begin{cases} i_{R1} = -i_{R2} - i_{R3} = -i_S - i_{R3} \\ -v_S + R_1(-i_S - i_{R3}) - R_3 i_{R3} = 0 \end{cases}$$

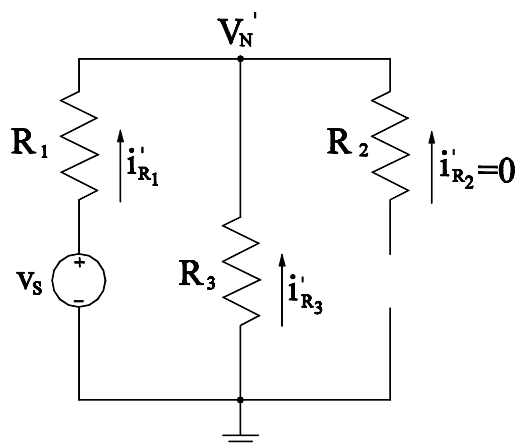
$$\begin{cases} i_{R2} = i_S = 5 \text{ mA} \\ i_{R3} = \frac{-v_S - R_1 i_S}{R_1 + R_3} = \frac{-10 - 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10^3 + 3 \cdot 10^3} = -3,75 \text{ mA} \\ i_{R1} = -5 - (-3,75) = -1,25 \text{ mA} \end{cases}$$

Infine il potenziale del nodo V_N :

$$V_N = v_S - R_1 \cdot i_{R1} = 10 - 10^3 \cdot (-1,25 \cdot 10^{-3}) = 11,25 \text{ V}$$

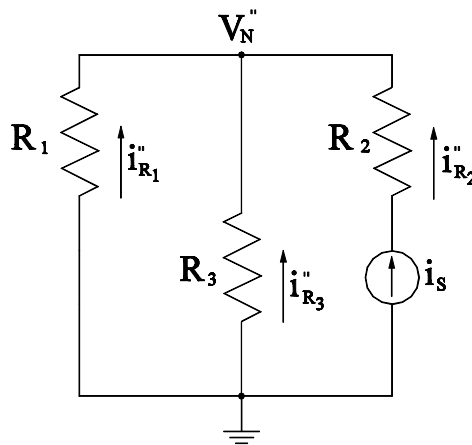
2 - Sovrapposizione degli effetti

La sola tensione v_S (annullando il generatore di corrente i_S : quindi aprendo il ramo 2) produce i seguenti effetti:



$$\begin{cases} i'_{R2} = 0 \\ i'_{R1} = -i'_{R3} = \frac{10}{10^3 + 3 \cdot 10^3} = 2,5 \text{ mA} \\ v'_N = -R_3 \cdot i'_{R3} = -3 \cdot 10^3 \cdot (-2,5 \cdot 10^{-3}) = 7,5 \text{ V} \end{cases}$$

La sola corrente i_s (annullando il generatore di tensione v_s : quindi cortocircuitando questo bipolo nel ramo 1) produce:



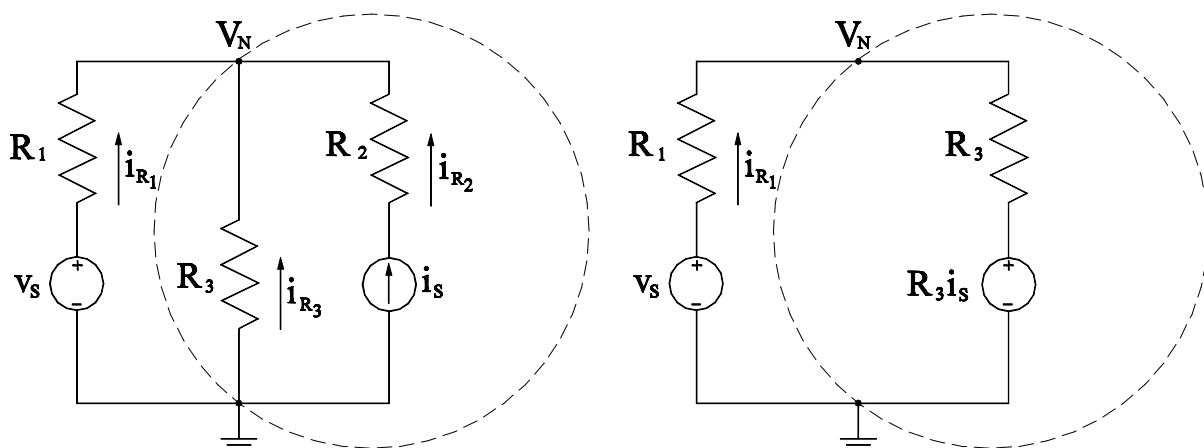
$$\begin{cases} i''_{R2} = i_s = 5 \text{ mA} \\ v''_N = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \cdot i''_{R2} = 0,75 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 3,75 \text{ V} \\ i'_{R1} = -\frac{v''_N}{R_1} = -\frac{3,75}{10^3} = -3,75 \text{ mA} \\ i''_{R3} = -\frac{v''_N}{R_3} = -\frac{3,75}{3 \cdot 10^3} = -1,25 \text{ mA} \end{cases}$$

Infine, sovrapponendo gli effetti:

$$\begin{cases} i_{R1} = i'_{R1} + i''_{R1} = 2,5 \cdot 10^{-3} + (-3,75 \cdot 10^{-3}) = -1,25 \text{ mA} \\ i_{R2} = i'_{R2} + i''_{R2} = 0 + 5 \cdot 10^{-3} = 5 \text{ mA} \\ i_{R3} = i'_{R3} + i''_{R3} = -2,5 \cdot 10^{-3} + (-1,25 \cdot 10^{-3}) = -3,75 \text{ mA} \\ V_N = V'_N + V''_N = 7,5 + 3,75 = 11,25 \text{ V} \end{cases}$$

3 - Teorema di Thèvenin

Si possono sostituire i rami 2 e 3, comprendenti il generatore di corrente, con il corrispondente generatore equivalente di tensione.



Dal circuito equivalente, applicando il 2° principio di Kirchhoff all'unica maglia esistente, si può facilmente ricavare il valore di i_{R1} .

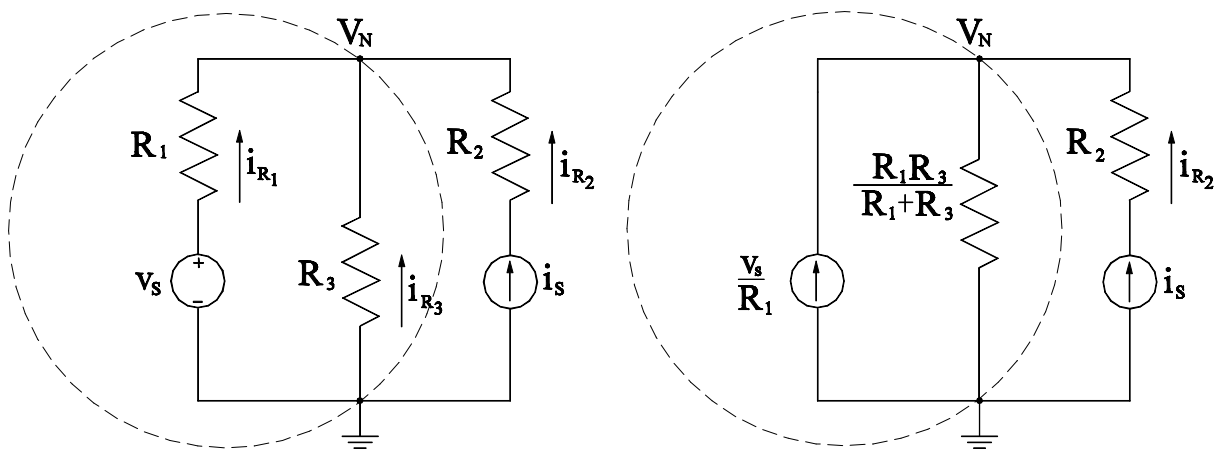
$$i_{R1} = \frac{V_N - R_3 i_S}{R_1 + R_3} = \frac{10 - 3 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10^3 + 3 \cdot 10^3} = -1,25 \text{ mA}$$

Riportando questo risultato nel circuito originario si possono facilmente ricavare gli altri valori richiesti.

$$\begin{cases} i_{R2} = i_s = 5 \text{ mA} \\ i_{R3} = -i_{R2} - i_{R1} = -5 \cdot 10^{-3} - (-1,25 \cdot 10^{-3}) = -3,75 \text{ mA} \\ v_N = -R_3 \cdot i_{R3} = -3 \cdot 10^3 \cdot (-3,75 \cdot 10^{-3}) = 11,25 \text{ V} \end{cases}$$

4 - Teorema di Norton

Si possono sostituire i rami 1 e 3, comprendenti il generatore di tensione, con il corrispondente generatore equivalente di corrente.



Nella resistenza centrale, $R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$, viene forzata una corrente che è somma delle due correnti dei generatori di corrente laterali. Si può calcolare quindi il potenziale del nodo V_N :

$$\begin{aligned} V_N &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} \left(i_s + \frac{v_s}{R_1} \right) = \frac{10^3 \cdot 3 \cdot 10^3}{10^3 + 3 \cdot 10^3} \left(5 \cdot 10^{-3} + \frac{10}{10^3} \right) \\ &= 0,75 \cdot 10^3 (15 \cdot 10^{-3}) = 11,25 \text{ V} \end{aligned}$$

Trasportando questo risultato nel circuito originario si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{R2} = i_s = 5 \text{ mA} \\ i_{R1} = \frac{v_s - V_N}{R_1} = \frac{10 - 11,25}{10^3} = -1,25 \text{ mA} \\ i_{R3} = -\frac{V_N}{R_3} = -\frac{11,25}{3 \cdot 10^3} = -3,75 \text{ mA} \end{array} \right.$$