

FONADAMENTI DI ELETTRONICA

Ingegneria Informatica – Corso in Teledidattica

AA 2006/2007 - Prof. Gaudenzio Meneghesso

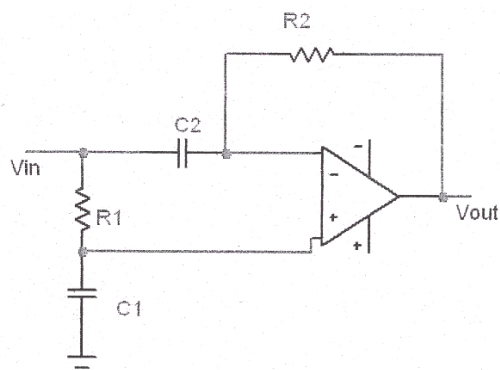
PRIMO HOMEWORK

ESERCIZIO 1

Dato il circuito di figura che impiega un A.O. ideale, con i seguenti dati:

$R_1 = 8K\Omega$, $R_2 = 0,25K\Omega$, $C_1 = 10nF$, $C_2 = 5nF$

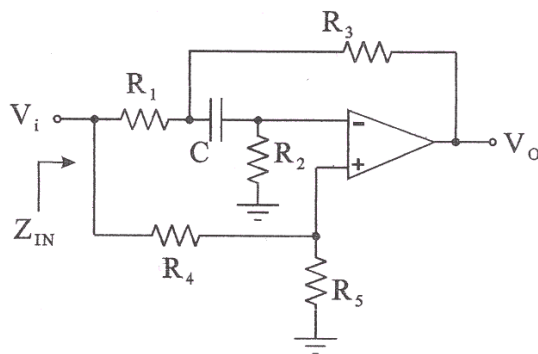
- 1) Determinare la funzione di trasferimento $W(s) = V_{out}(s)/V_{in}(s)$.
- 2) Tracciare i diagrammi di Bode asintotici del modulo e della fase della FdT trovata.
- 3) Determinare, servendosi dei diagrammi di Bode, il valore di $V_{out}(t)$ corrispondente al segnale di ingresso $V_{in}(t) = 3 + 10 \sin \omega t$ (Volt) nei casi:
 - a) $\omega = 10Krad/s$
 - b) $\omega = 100Krad/s$

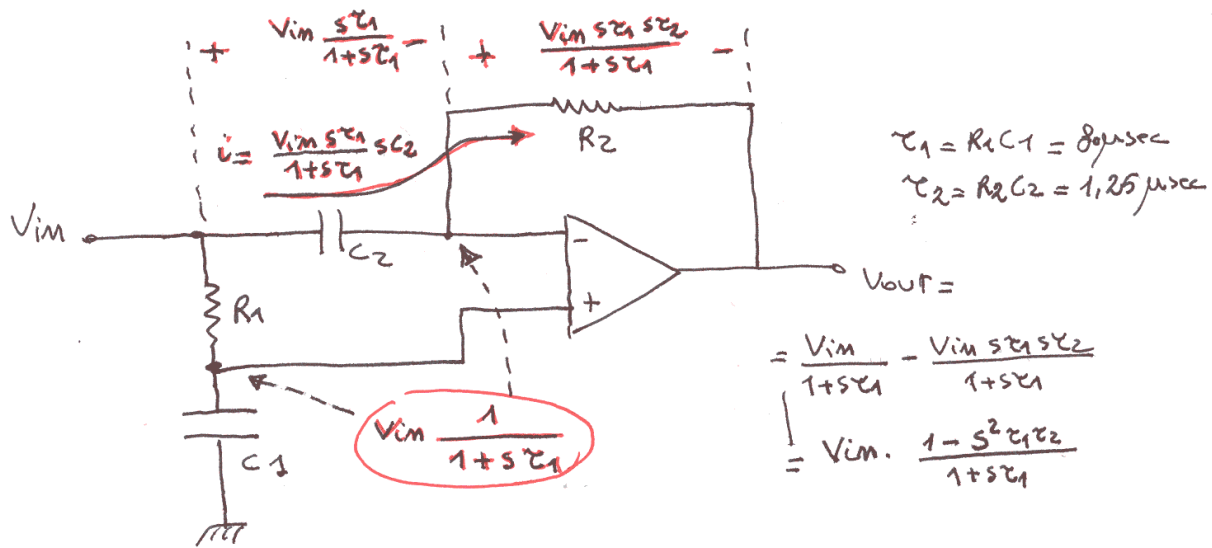


ESERCIZIO E2

Dato il circuito di figura, che impiega un amplificatore operazionale ideale, si chiede di:

- 1) determinare l'espressione del guadagno $W(s) = V_o(s)/V_i(s)$ nel caso generale di resistenze tutte diverse;
- 2) determinare l'espressione del guadagno $W(s)$ nel caso in cui $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R$ e $R_4 = 2R$;
- 3) determinare l'espressione della impedenza di ingresso $Z_{IN}(s)$ nelle ipotesi semplificative descritte al punto 2).



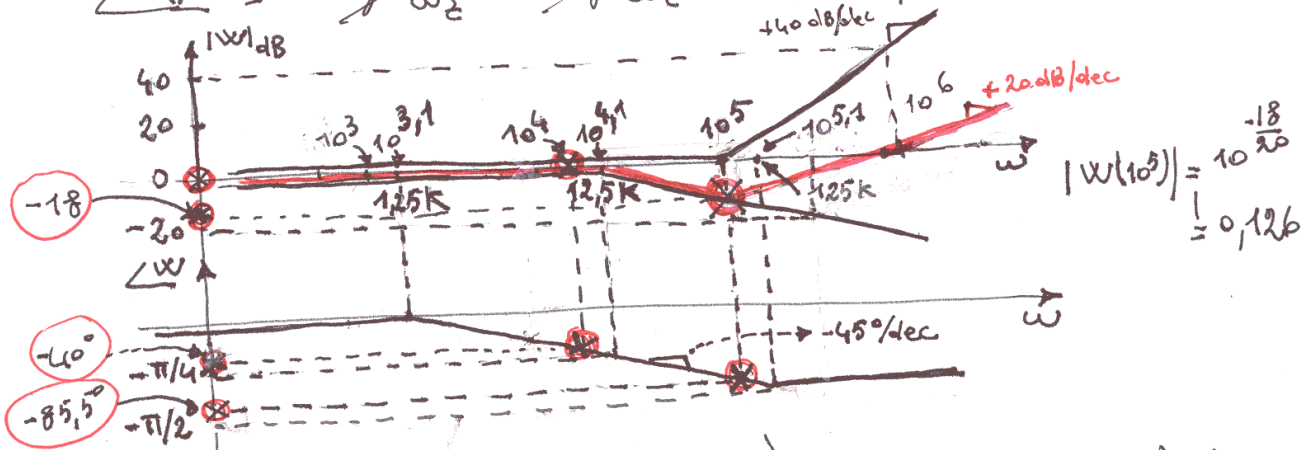


1)
$$W(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1 - s^2\tau_1\tau_2}{1 + s\tau_1}$$

$\omega_z = \frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}} = 100 \frac{\text{Krad}}{\text{sec}}$
 $\omega_p = \frac{1}{\tau_1} = 12.5 \frac{\text{Krad}}{\text{sec}}$

2)
$$W(j\omega) = \frac{1 + \omega^2\tau_1\tau_2}{1 + j\omega\tau_1} = \frac{(1 + j\omega\sqrt{\tau_1\tau_2})(1 - j\omega\sqrt{\tau_1\tau_2})}{1 + j\omega\tau_1} = \frac{(1 + j\frac{\omega}{\omega_z})(1 - j\frac{\omega}{\omega_z})}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

$|W(j\omega)|_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_z})^2} + 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_z})^2} - 20 \log \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_p})^2}$
 $\angle W(j\omega) = 2 \arctan \frac{\omega}{\omega_z} - \arctan \frac{\omega}{\omega_p} = -2 \arctan \frac{\omega}{12.5 \text{K}}$



$\omega = 10^4 \text{ rad/sec} \Rightarrow V_{out} = 3 + 10 \sin(10^4 t - \frac{40}{180} \pi)$
 $\omega = 10^5 \text{ rad/sec} \Rightarrow V_{out} = 3 + 1.26 \sin(10^5 t - \frac{85.5}{180} \pi)$

dei grafici di Bode

(3)

HB. Entrambe le pulsazioni sono prossime a punti di sprezzamento per cui ci si aspetta errori significativi per quanto riguarda i moduli.

I valori corretti si possono ricavare

$\omega = 10^4$ analiticamente

$$\begin{aligned} |W(j10^4)|_{dB} &= -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{10^4}{1,25 \cdot 10^4}\right)^2} + 40 \log \sqrt{1 + \left(\frac{10^4}{10^5}\right)^2} \\ &\quad \text{1 POLO} \qquad \qquad \qquad \text{2 ZERI} \\ &\approx -2,15 + 0,086 = -2,064 \end{aligned}$$

$$|W(j10^4)| = 10^{-\frac{2,064}{20}} \approx 0,788$$

La fase, sufficientemente lontana dallo sprezzamento, si può ritenere corretta dalla lettura del grafico di Bode. Si ha:

$$V_{out} = 3 + 7,88 \sin\left(10^4 t - \frac{40}{180} \pi\right)$$

$\omega = 10^5$

$$\begin{aligned} |W(j10^5)|_{dB} &= -20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{10^5}{1,25 \cdot 10^4}\right)^2} + 40 \log \sqrt{1 + \left(\frac{10^5}{10^5}\right)^2} \\ &\quad \text{1 POLO} \qquad \qquad \qquad \text{2 ZERI} \\ &= -18,129 + 6,02 = -12,108 \end{aligned}$$

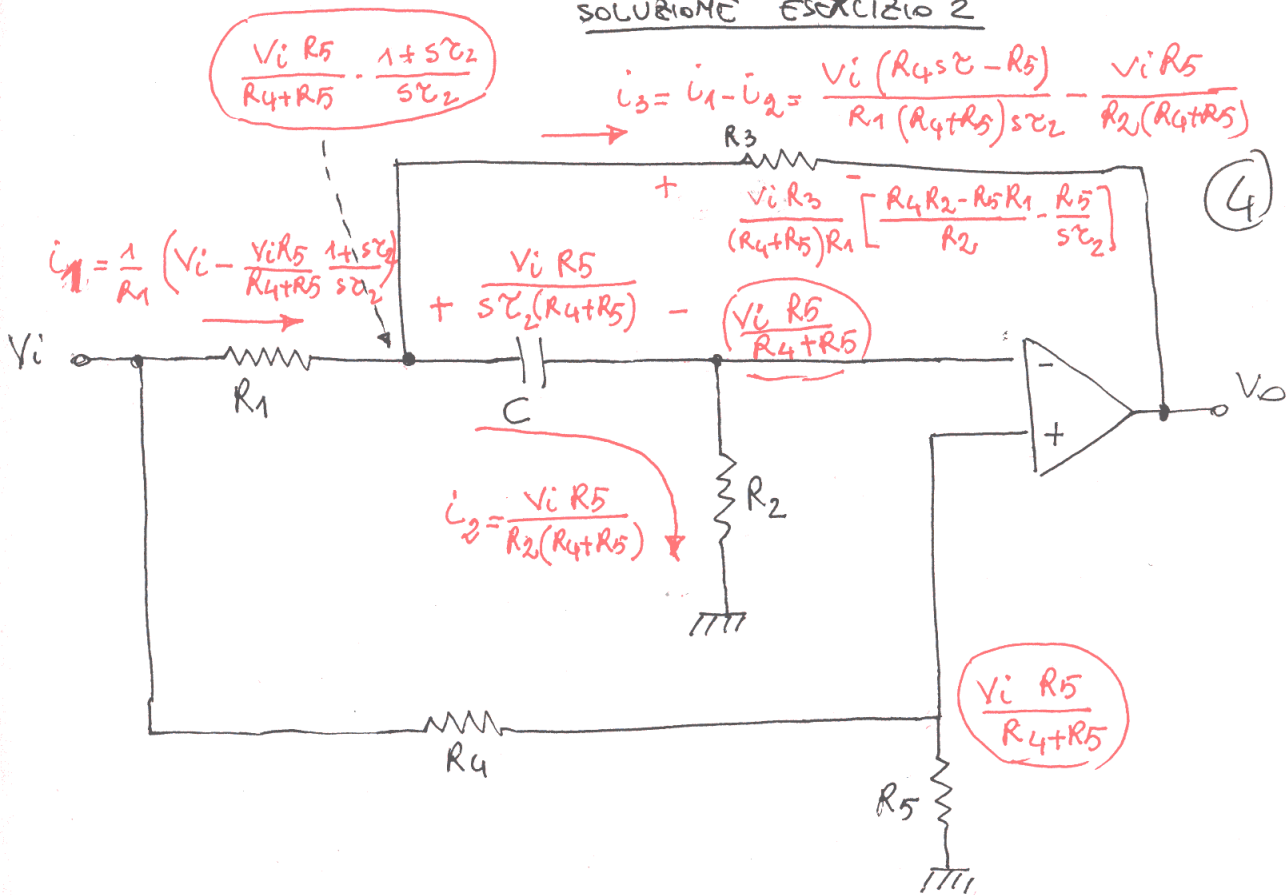
$$|W(j10^5)| = 10^{-\frac{12,108}{20}} = 0,248$$

In questo caso la fase è prossima allo sprezzamento dove si ha il massimo errore ($\sim 5^\circ$). Il valore esatto è:

$$\angle W(j10^5) = -\arctg \frac{10^5}{12,5 \cdot 10^3} \approx 83^\circ \quad \text{Si ha}$$

$$V_{out} = 3 + 2,48 \sin\left(10^5 t - \frac{83}{180} \pi\right)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 2



$$1) \quad V_{R_3} = R_3 i_3 = R_3 \frac{V_i}{R_4 + R_5} \left[\frac{R_4 s\tau_2 - R_5}{R_1 s\tau_2} - \frac{R_5}{R_2} \right] = \frac{V_i R_3}{R_4 + R_5} \left[\frac{R_4}{R_1} - \frac{R_5}{R_1 s\tau_2} - \frac{R_5}{R_2} \right]$$

$$= \frac{V_i R_3}{(R_4 + R_5) R_1} \left[\frac{R_4 R_2 - R_5 R_1}{R_2} - \frac{R_5}{s\tau_2} \right]$$

$$V_o = \frac{V_i R_5}{R_4 + R_5} \cdot \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_2} - \frac{V_i R_3}{R_1 (R_4 + R_5)} \left[\frac{R_4 R_2 - R_5 R_1}{R_2} - \frac{R_5}{s\tau_2} \right]$$

$$W(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{R_4 + R_5} \left[R_5 \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_2} - \frac{R_3 (R_4 R_2 - R_5 R_1)}{R_1 R_2} + \frac{R_3 R_5}{R_1 s\tau_2} \right]$$

$$= \frac{1}{R_4 + R_5} \left[\frac{R_5}{s\tau_2} + R_5 - \frac{R_2 R_3 R_4 - R_1 R_3 R_5}{R_1 R_2} + \frac{R_3 R_5}{R_1 s\tau_2} \right]$$

$$= \frac{1}{R_4 + R_5} \left[\frac{R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_5 - R_2 R_3 R_4}{R_1 R_2} + \frac{R_1 R_5 + R_3 R_5}{R_1 s\tau_2} \right]$$

$$= \frac{1}{(R_4 + R_5) R_1 R_2} \left[(R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_5 - R_2 R_3 R_4) + \frac{R_1 R_2 R_5 + R_2 R_3 R_5}{s\tau_2} \right]$$

(5)

Posto $X = \frac{1}{R_1 R_2 (R_4 + R_5)}$; $Y = (R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_5 - R_2 R_3 R_4)$; $Z = R_1 R_2 R_5 + R_2 R_3 R_5$

$$W(s) = X \left[Y + \frac{Z}{s\tau_2} \right] = X \left[\frac{sY\tau_2 + Z}{s\tau_2} \right] = XZ \left[\frac{1 + s \frac{Y\tau_2}{Z}}{s\tau_2} \right]$$

$$XZ = \frac{R_1 R_2 R_5 + R_2 R_3 R_5}{R_1 R_2 (R_4 + R_5)} = \frac{R_1 R_5 + R_3 R_5}{R_1 (R_4 + R_5)} = A_0$$

$$\tau_2 \frac{Y}{Z} = \frac{R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_5 - R_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 R_5 + R_2 R_3 R_5} \cdot R_2 C = \tau_2 = C \cdot \frac{R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_5 - R_2 R_3 R_4}{R_1 R_5 + R_3 R_5}$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

$$W(s) = A_0 \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_2}$$

2) per $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R$ e $R_4 = 2R$

$$A_0 = \frac{R^2 + R^2}{R(2R + R)} = \frac{2}{3} \quad \tau_2 = C \frac{R^3 + R^3 - 2R^3}{R^2 + R^2} = 0 \quad \tau_2 = RC$$

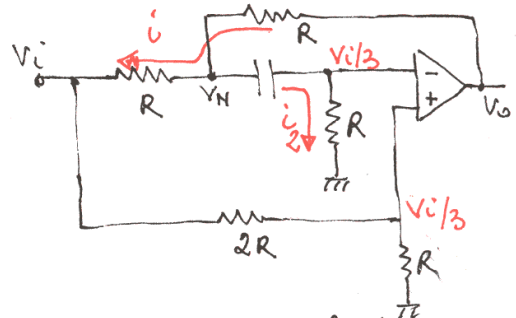
$$W(s) = \frac{2}{3} \frac{1}{sRC}$$

3)

$$Z = \frac{V_x}{\frac{V_x}{2R + R} + i_4} = \frac{1}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{R} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_2} \right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} \left(\frac{2s\tau_2 - 1}{s\tau_2} \right)} = \frac{1}{\frac{s\tau_2 + 2s\tau_2 - 1}{3Rs\tau_2}} = \frac{3Rs\tau_2}{3s\tau_2 - 1} = R \frac{s}{s - \frac{1}{3\tau_2}}$$

Per $s \rightarrow 0$ C tende a circuito aperto ottenendo la corrente costante $i_2 = V_i/3R$

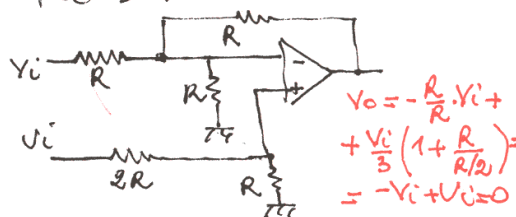


V_n tende a w/finito

$i = \frac{V_n - V_i}{R}$ tende a w/finito

$V_o = R \cdot i + V_n$ tende a w/finito

Per $s \rightarrow \infty$ C tende al c.c.



$$V_o = -\frac{R}{R} V_i + \frac{V_i}{3} \left(1 + \frac{R}{R/2} \right) = -V_i + V_i = 0$$